صالح حاتمی   به نام آنکه جان را فکرت آموخت   تکلیف ۳

دوازدهم تجربی B

۱)

$yx - y = x^2 + x + 2 \to x^2 + (1-y)x + 2+y \to x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \to$

$x = \frac{-(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(2+y)}}{} \to y^2 - 2y + 1 - 8 - 4y \geq 0 \to y^2 - 6y - 7 \geq 0 \to$

$\begin{array}{c|c|c} & -1 & 7 & \\ + & - & + \end{array} \to R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$

۲) الف)

$a > 0 \to \begin{cases} x_{min} = \frac{5}{4} \\ y_{min} = 2\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{4}\right) + 1 = -\frac{34}{16} \end{cases} \Rightarrow R_f = \left[-\frac{34}{16}, +\infty\right)$

ب)

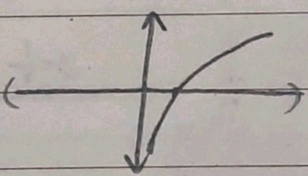
$a < 0 \to \begin{cases} x_{max} = 3 \\ y_{max} = -(3)^2 + 6(3) - 5 = 4 \end{cases} \quad R_f = \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 2]$

ج)

$x^7 - 3x^2 + 4x + 1 \xrightarrow[\text{فرد}]{\text{چندجمله‌ای مرتبه}} \mathbb{R} \to R_f = \sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty)$

د)

$R_{\text{عبارت}} = \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}^+ = D_f \to R_f = \mathbb{R}$



۳) الف)

همگرافیک $\to R_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\} \to R_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$

ب)

همگرافیک $\to R = \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\} \to R_f = \sqrt{\mathbb{R} - \{4\}} = (0, +\infty) - \{2\}$

ج)

$f(x) = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{a + \frac{1}{a},\ a>0}$ حداقل مقدار عبارت

به ازای $x=0$ برابر است با:

$R_f = \left[\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty\right) \Leftarrow \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

صالح صادقی

۳) $f(x) = \underbrace{x^2+4+\frac{1}{x^2+4}}_{x+\frac{1}{x}\geq 2 ,\, x>0} \geq 2$ حداقل مقدار عبارت به ازای $x=0$ است که برابر با $\frac{17}{4}$ است $\Rightarrow R_f = [\frac{17}{4}-4, +\infty) = [\frac{1}{4}, +\infty)$

۴) روش اصلی:

$yx^2 - y = 3x^2 + 4 \to yx^2 - 3x^2 = y + 4 \to x^2(y-3) = y+4$

$\to x^2 = \frac{y+4}{y-3} \to x = \pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \to \begin{array}{c|c|c} -4 & & 3 \\ + & - & + \end{array} \to R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

روش شکلی)

$\begin{cases} x^2_{min} \to x^2 = 0 \Rightarrow y = -4 \\ x^2_{max} \to x^2 = +\infty \Rightarrow y = 3 \end{cases} \Rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

خارج بازه ← مخرج ریشه دارد

۵) روش اصلی:

$y\sin x + 3y = 2\sin x - 1 \to 3y + 1 = \sin x(2-y) \to \sin x = \frac{3y+1}{2-y}$

$\to -1 \leq \frac{3y+1}{2-y} \leq 1 \to \begin{cases} 0 \leq \frac{3y+1}{2-y} + 1 \to 0 \leq \frac{2y+3}{2-y} \to \begin{array}{c|c|c} -\frac{3}{2} & & 2 \\ - & + & - \end{array} \\ 0 \geq \frac{3y+1}{2-y} - 1 \to \frac{4y-1}{2-y} \leq 0 \to \begin{array}{c|c|c} \frac{1}{4} & & 2 \\ + & - & + \end{array} \end{cases} \Rightarrow R_f = (I) \cap (II) = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

روش شکلی)

$\begin{cases} max: \sin x = 1 \to y = \frac{1}{4} \\ min: \sin x = -1 \to y = -\frac{3}{2} \end{cases}$ مخرج ریشه ندارد ← داخل

$R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

۶) $D_f = \mathbb{R} - \{\text{ریشه مخرج}\} \to$ مخرج عبارت ریشه ندارد $\Delta < 0$ $\to D_f = \mathbb{R}$

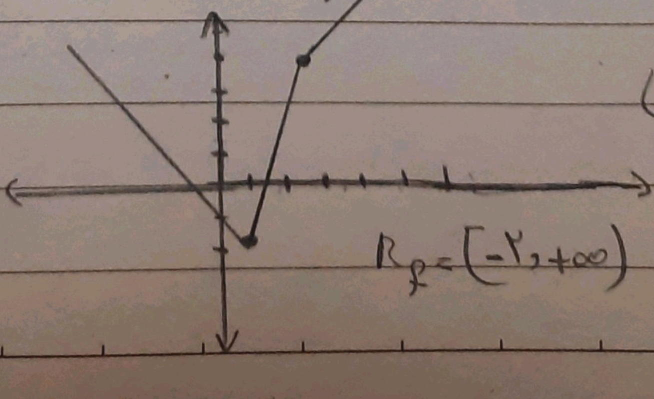
$yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{4} \to (y-1)x^2 + (1-y)x + (y - \frac{1}{4}) \to x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y-1)(y-\frac{1}{4})}}{2(y-1)} \to 1 + y^2 - 2y - 4y^2 + 5y - 1 \geq 0 \to -3y^2 + 3y \geq 0$

$\to \begin{array}{c|c|c} 0 & & 1 \\ - & + & - \end{array} \Rightarrow R_f = [0, 1]$

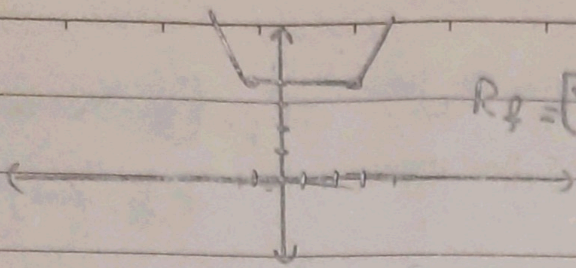
۷) الف)

$f(x) \begin{cases} x+1 & x > 3 \\ 3x - 5 & 1 \leq x \leq 3 \\ -x - 1 & x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow$



$R_f = [-2, +\infty)$

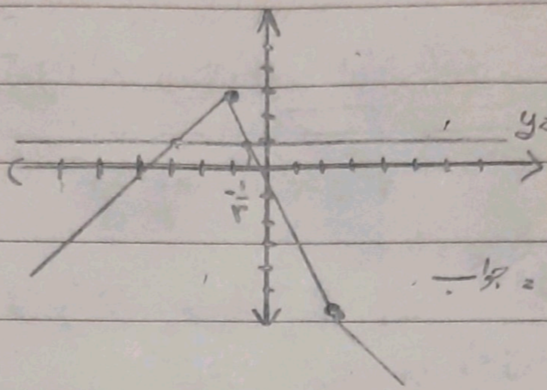
صالح عباسی



ب) $R_f = [۴, +\infty)$

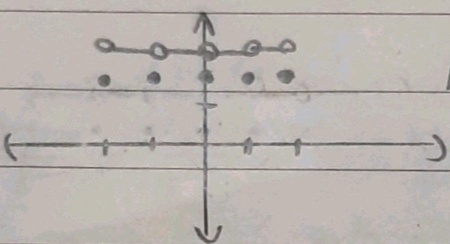
۸)

$$f(x) = \begin{cases} -x-۴ & x>۲ \\ -۳x & -۱<x<۲ \\ x+۴ & x<-۱ \end{cases}$$

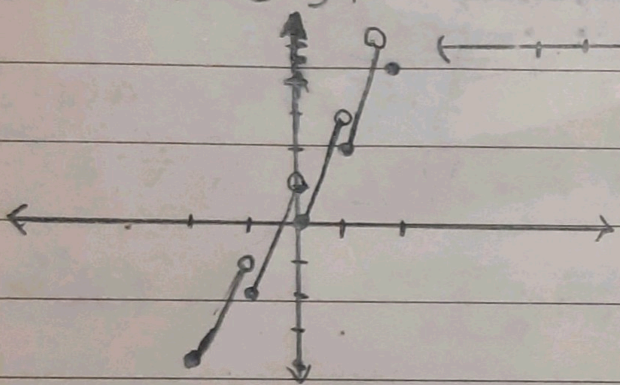


ب- $\frac{1}{f} = \mathbb{R} - (-۳, \frac{۱}{۳})$

۹) الف) $f(x) = [x] + [-x] + ۳$



$R_f = \{۲, ۳\}$



ب) $R_f = \mathbb{R}$, $R_f = (-۴, ۵)$ (دامنه باز)

۱۰) الف)
$y \xrightarrow{min} -۱ = \sin x \to y = ۳$
$y \xrightarrow{max} ۱ = \sin x \to y = ۱$
$y \xrightarrow{-\frac{b}{2a}} \frac{۱}{۲} = \sin x \to y = \frac{۳}{۴}$
$\to R_f = [\frac{۳}{۴}, ۳]$

ب)
$y \xrightarrow{min} ۰ = \sin^2 x \to y = ۱$
$y \xrightarrow{max} ۱ = \sin^2 x \to y = ۳$
$y \xrightarrow{-\frac{b}{2a}} -\frac{۱}{۲} = \sin^2 x \to y = \frac{۷}{۴}$

$R_f = [۱, ۳]$