امیرکاشف

تاریخ: / /

موضوع:

①

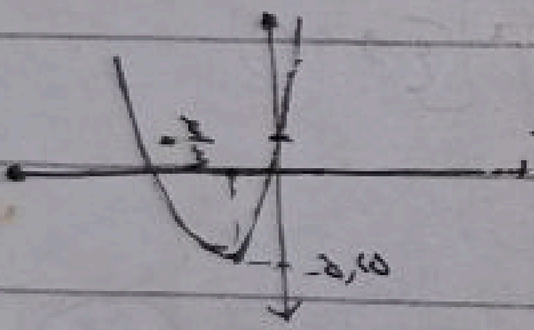
$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-۱}\Rightarrow yx-y=x^۲+x+۲\Rightarrow x^۲+\underbrace{x-yx}_{(۱-y)x}+۲+y=۰$

$x=\frac{y-۱\pm\sqrt{۱+y^۲-۲y-۸-۴y}}{۲}=\frac{y-۱\pm\sqrt{y^۲-۶y-۷}}{۲}$ $\rightarrow (y-۷)(y+۱)$

$(y-۷)(y+۱)\geq۰\Rightarrow$ $+\ -۱\quad ۷\ +$ $\rightarrow \boxed{y\geq۷\cup y\leq-۱}$

②

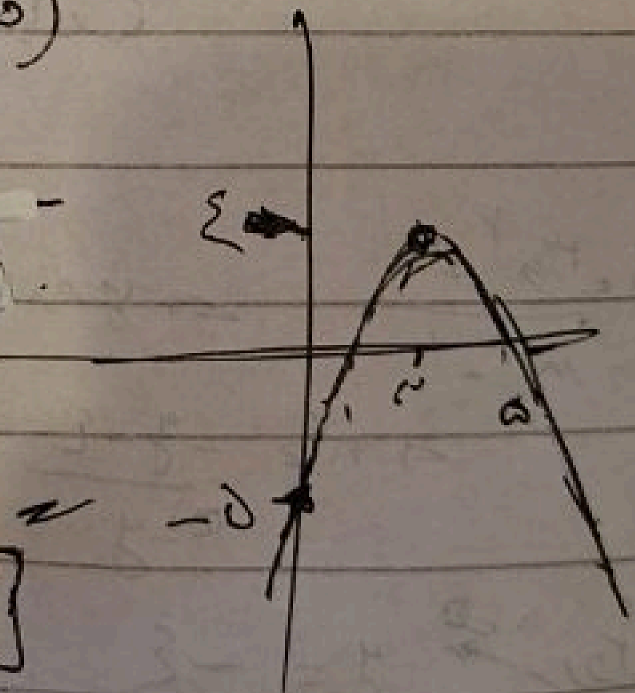
الف) $۲x^۲-۵x+۱\xrightarrow{\frac{-b}{۲a}}=\frac{۵}{۴}\xrightarrow{min}۲\left(\frac{۵}{۴}\right)^۲-۵\left(\frac{۵}{۴}\right)+۱=-\frac{۲۱}{۴}=-۵٫۲۵$



$\Rightarrow R_f=[-۵٫۲۵,+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵}$

$R_{(-x^۲+۶x-۵)}$ $\Rightarrow R_f=[۰,۲]$



ج) $y=\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱}\Longrightarrow$ بزرگترین توان فرد

$R_f=[۰,+\infty)$

د) $\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴)\Longrightarrow$ بزرگترین توان فرد

$\Rightarrow R_f=(-\infty,+\infty)$

③

الف) $=\frac{۳x+۱}{۲x-۶}\Rightarrow R_f=R-\left\{\frac{۹}{۲}\right\}=\boxed{R-\left\{\frac{۳}{۲}\right\}}$

ب) $y=\sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}} \Rightarrow R_f=[۰,+\infty)-\{۲\}$

ج) $y=\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}}=\frac{x^۲+۳}{\sqrt{x^۲+۳}}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}$ $\xrightarrow{\text{عبارت وارون مثبت}}$ به فرم $a+\frac{۱}{a}$

$\Downarrow$ $\sqrt{x^۲+۳}$

$\Downarrow$ کمترین مقدار عبارت به ازای $x=۰$

$R_f\ [\frac{۴}{\sqrt{۳}}$

د) $y=x^۲+\frac{۱}{x^۲+۴} \Rightarrow \underbrace{x^۲+۴+\frac{۱}{x^۲+۴}}_{\text{عبارت}\geq\frac{۱۷}{۴}}-۴ \Rightarrow R_f=[\frac{۱}{۴},+\infty)$

④

$y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \Rightarrow yx^۲-y=۳x^۲+۴ \Rightarrow x^۲(۳-y)=-y-۴$

$\Rightarrow x^۲=\frac{-y-۴}{۳-y} \Rightarrow x=\sqrt{\frac{-y-۴}{۳-y}} \Rightarrow y>۳ \cup y\leq -۴$

روش دوم

$x=۰ \rightarrow y=-۴$

$x=\infty \rightarrow y=۳$ نمی‌تواند صفر شود

$y>۳ \cup y\leq -۴$

⑤

$y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳} \Rightarrow y\sin x-۳y=۲\sin x-۱ \Rightarrow (y-۲)\sin x=-۳y-۱$

$\sin x=\frac{-۳y-۱}{y-۲} \Rightarrow -۱\leq\frac{-۳y-۱}{y-۲}\leq ۱ \Rightarrow \boxed{-\frac{۳}{۴}\leq y<\frac{۱}{۴}}$

روش دوم

$\sin x=۱ \rightarrow -\frac{۳}{۲}$

$\sin x=-۱ \rightarrow \frac{۱}{۴}$

$\Rightarrow \boxed{-\frac{۳}{۲}\leq y<\frac{۱}{۴}}$

⑥

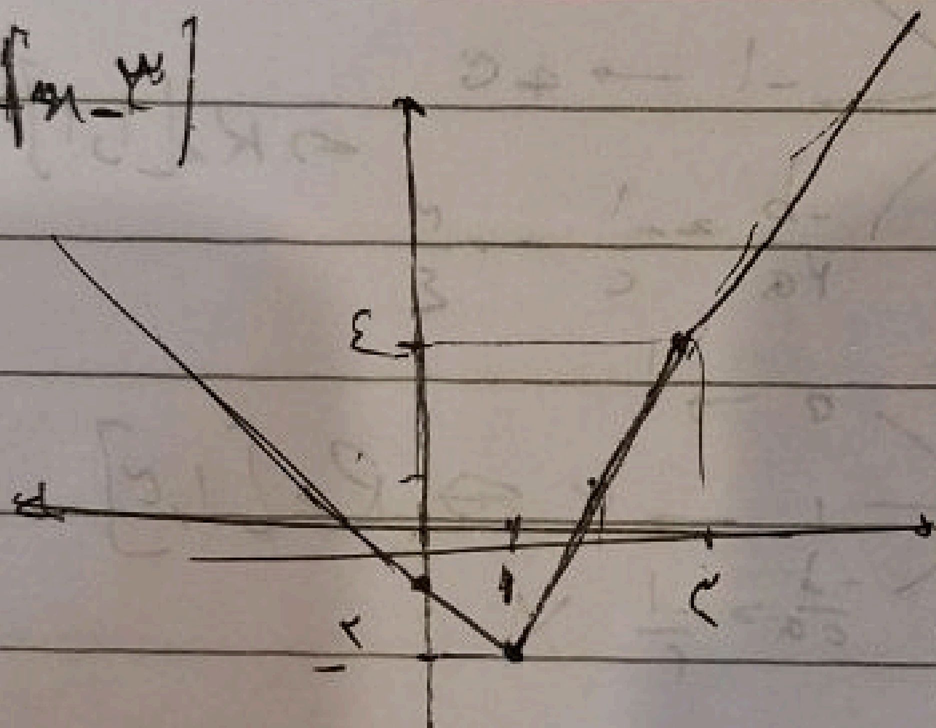
$$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

هیچ چیز x را صفر نمی‌کند $\longrightarrow$ $\boxed{D_f = R}$

$$yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{4} \Rightarrow (y-1)x^2 + (-y+1)x + y - \frac{1}{4} = 0$$

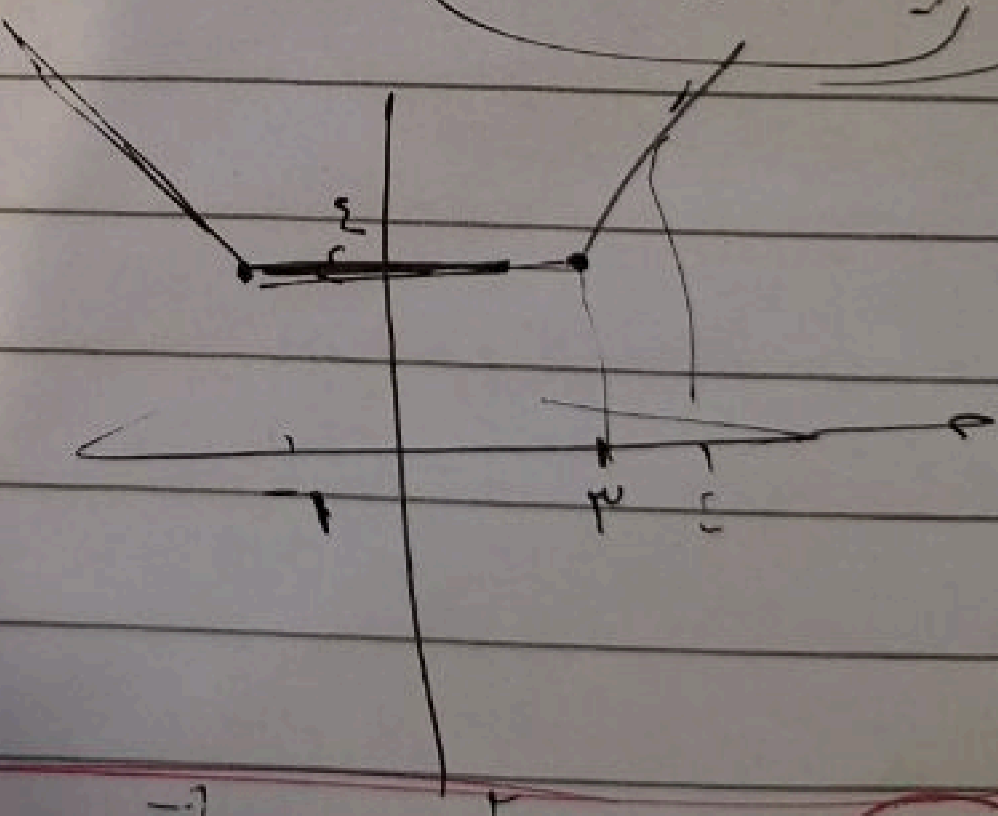
⑦

الف) $y = |2x - 2| - |x - 3|$



$R_f = [-2, +\infty)$

ب) $y = |x - 3| + |x + 1|$

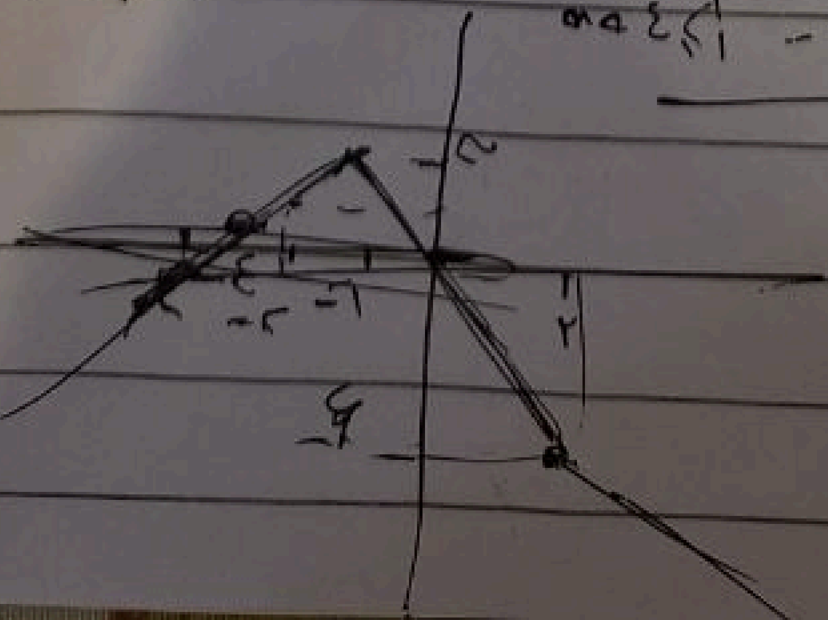


$R_f = [4, +\infty)$

⑧

$\underbrace{|x - 2|}_{} - \underbrace{|2x + 2|}_{} \leq 1$

	-1		2	
$x + 4 \leq 1$		$-3x$		$-x - 4$



$x = (-\infty, -2) \cup$

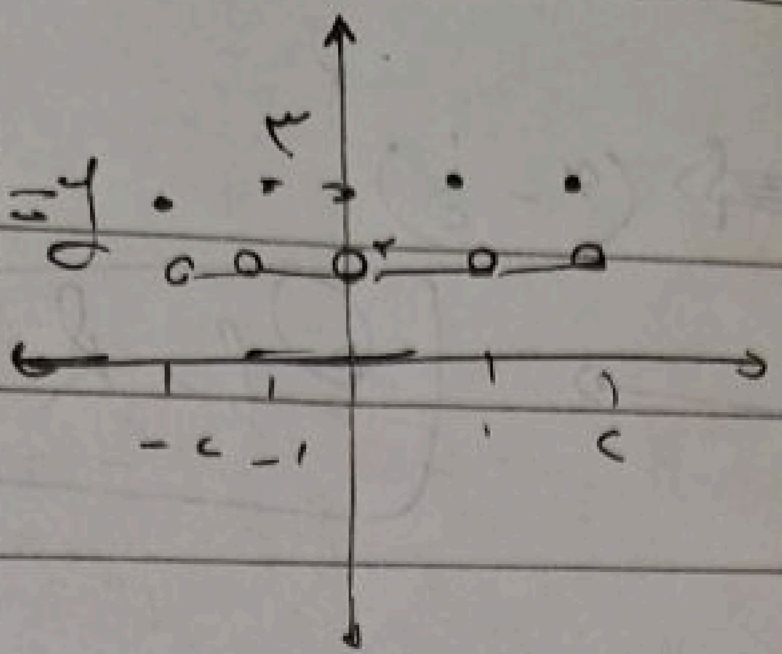
$[-\frac{1}{4}, 2] \cup [5, +\infty)$

موضوع:

۹

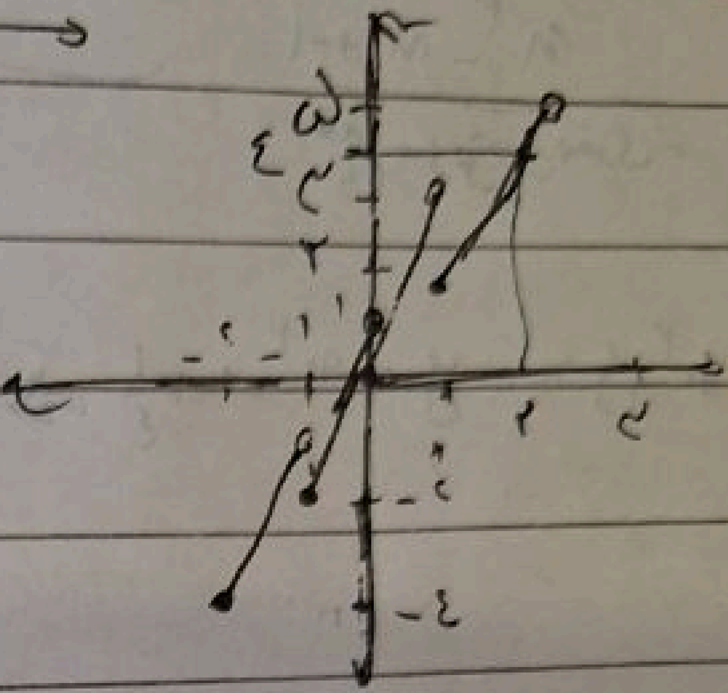
الف) $[x]+[-x]=y$

$R=\{۲, ۳\}$



ب) $x^2-x=y$

$R=[-۴, ۵)$



۱۰

الف) $\sin^2 x$
- $1 \rightarrow 1$
- $-1 \rightarrow ۳$
- $\frac{-b}{۲a}=-\frac{1}{۲} \rightarrow \frac{۳}{۴}$

$\Rightarrow R=[۱, ۳]$

ب) $\sin^2 a$
- $0 \rightarrow 1$
- $1 \rightarrow ۲$
- $\frac{-b}{۲a}=-\frac{1}{۲}$ ✗

$\Rightarrow R=[1, ۲]$