نوید امینی تکلیف (۳)

۱۸

-۱ (۲)

$xy - y = x^2 + x + 2 \to x^2 + (1-y)x + y + 2$

$x = \dfrac{(y+1) \pm \sqrt{y^2 - 2y + 1 - 4y - 8}}{2} \to y^2 - 6y - 7 \geq 0$

$(y-7)(y+1) \geq 0$ $\quad -1 \quad 7 \quad + \;|\; - \;|\; +$

$R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$ ✓

(۱/۲۵)

الف) $f(x) = 2x^2 - 5x + 1 \longrightarrow x_S = \frac{5}{4} \to x = 5 \longrightarrow 2 \times \frac{25}{16} - \frac{25 \times 4}{16} + \frac{16}{16} = \frac{-100 + 50 + 16}{16}$

$2 \times \frac{25}{16} - \frac{25}{4} + 1 = \frac{25}{8} - \frac{25}{2} + 1 = \frac{-17}{8}$

دقت کن!

$= -\frac{34}{16} = y_S \quad \boxed{R_f = [\cancel{-\frac{34}{16}}, +\infty)} \quad \frac{-17}{8}$

ب) $f(x) = -x^2 + 6x - 5 \to R_f = (-\infty, \frac{-\Delta}{4a}] \to R_f = (-\infty, 4]$

$g(x) = \sqrt{f(x)} \to \boxed{R_g = [0, 2]}$ ✓

ج) $f(x) = x^7 - 3x^2 + 4x + 1$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$] $R_f = \mathbb{R}$, $\boxed{R_g = \sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty)}$ ✓

قسمت د → (۰)

سوال ۴

د) $x^2 + 4 + \dfrac{1}{x^2 + 4} - 4 \longrightarrow x^2 + 4 \geq 4 \to R = [8 + \frac{1}{8}, +\infty) \to \mathbb{R}_f = [4 + \frac{1}{8}, +\infty)$

$[4/125, +\infty)$

$f(0) = \frac{1}{2} \longrightarrow R_y = [\frac{1}{2}, +\infty)$

-۳ (۱/۷۵)

الف) $\boxed{R_f = \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}}$ ✓

ب) $f(x) = \dfrac{4x+1}{x-2} \to R_f = \mathbb{R} - \{4\}$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$] $\boxed{R_g = [0, +\infty) - \{2\}}$ ✓

پ) $\sqrt{x^2+3} + \dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[\square \geq 0]{\square + \frac{1}{\square} \geq 2} R_f = [\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty) = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ ✓

$\min \square = \sqrt{3}$

د) ۰/۲۵

(4) (2)

روش اصلی → $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ → $x^2=-\frac{-y-4}{y-3}=\frac{y+4}{y-3}$ → $x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$ → ≥ 0

-4 , 3 : $+$ | $-$ | $+$ — تن

$R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

روش عکسی → $0\leq x^2<+\infty$ → $(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

مخرج نمی تواند صفر شود

---

(5) (2)

روش اصلی : $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ → $\sin x=-\frac{3y+1}{y-2}=\frac{3y+1}{2-y}$, (I) → $-1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq 1$

$-1\leq\sin x\leq 1$ (I)

$-\frac{3}{2}\leq y<2$ یا $y>2$ ، $y\leq+\frac{1}{4}$

$-\frac{3}{2}\leq y\leq\frac{1}{4}$

$R_f=[-\frac{3}{2},+\frac{1}{4}]$

روش عکسی :
$\sin x=-1$ → $\frac{-2-1}{-1+3}=\frac{-3}{2}$
$\sin x=1$ → $\frac{2-1}{1+3}=\frac{1}{4}$
$\sin x+3\neq 0$
→ $[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

---

(6) (2)

D_f → $x^2-x+1\neq 0$ $\Delta<0$ → $D_f=\mathbb{R}$

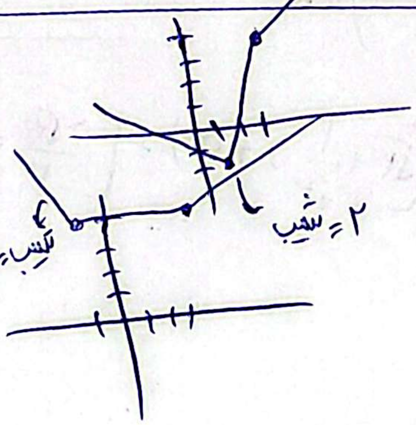
$-\frac{1}{4}\leq x^2-x<+\infty$ $f(x)=\frac{\square+\frac{1}{4}}{\square+1}$ → $\square=-\frac{1}{4}$ → 0 ; $\square=+\infty$ → 1 ; $x^2-x+1\neq 0$ → $[0,1)=R_f$

---

(7) (2)

الف) $x\geq 3$ → $x+1$
$1\leq x\leq 3$ → $3x-5$
$x\leq 1$ → $-x-1$

$R=[-2,+\infty)$



ب) گلدانی →

$R=[4,+\infty)$

۸) $x \geq 1 \quad x-۲-۲x-۲ \leq 1 \to -x \leq ۵ \to x \geq -۵ \to x \geq ۲$

$-۱ \leq x < ۲ \quad \cancel{۲}-x-۲x-\cancel{۲} \leq 1 \to -۳x \leq 1 \to x \geq -\frac{1}{۳} \to -\frac{1}{۳} \leq x < ۲$

$x < -1 \quad ۲-x+۲x+۲ \leq 1 \to x \geq -۳ \to -۳ \leq x < -1$

$x \geq -۳$ ۱/۵

$x \leq -۳ \;,\; x \geq -\frac{1}{۳}$

$x \leq -1 \to x+۴ \leq 1 \to x \leq -۳$

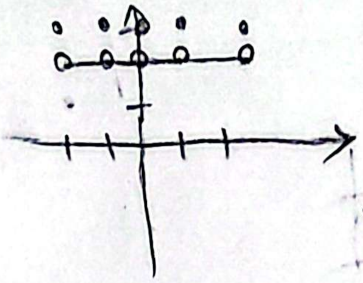
$-1 \leq x \leq ۲ \to -۳x \leq 1 \to x \geq -\frac{1}{۳}$

---

۹) ۱/۵

الف) $y = [x] + [-x] + ۳$

$R_y = \{۳, ۲\}$



ب)

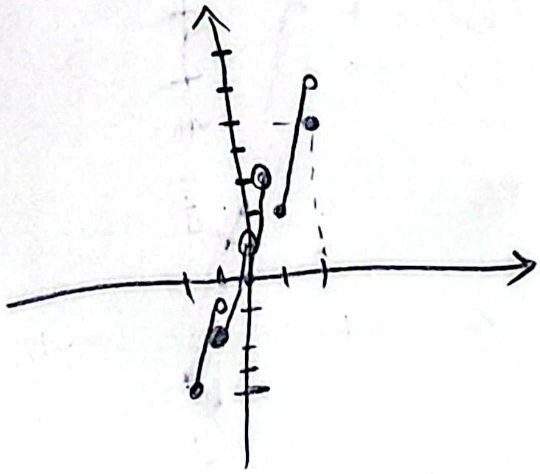
$-۲ \leq x < -1 \to ۳x+۲$

$-1 \leq x < 0 \to ۳x+1$

$0 \leq x < 1 \to ۳x$

$1 \leq x < ۲ \to ۳x-1$

$x = ۲ \to ۳x-۲$



$R_y = [-۴, ۵)$

---

۱۰) ۲

الف) $\sin^2 x - \sin x + 1$

$\sin x = -1 \to 1+1+1 = ۳$

$\boxed{\sin x = 1} \to 1-\cancel{1}+\cancel{1} = 1$

$\boxed{\sin x = \frac{1}{۲}} \to \frac{1}{۴} - \frac{1}{۲} + 1 = \frac{۳}{۴}$

$R = [\frac{۳}{۴}, ۳]$

ب) $\sin^4 x + \sin^2 x + 1$

$\sin^2 x = 1 \to 1+1+1 = ۳ \to [1, ۳]$

$\boxed{\sin^2 x = 0} \to 0+0+1 = 1$

$\boxed{\sin^2 x = -\frac{1}{۲}} \;\times$