نوید امینی - تکلیف (۳)

۱-

$xy - y = x^۲ + x + ۲ \to x^۲ + (۱-y)x + y + ۲$

$x = \dfrac{(y+۱) \pm \sqrt{y^۲ - ۲y + ۱ - ۴y - ۸}}{۲} \to y^۲ - ۶y - ۷ \geq ۰$

$(y-۷)(y+۱) \geq ۰$ 　 $\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۷ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$R_f = (-\infty, -۱] \cup [۷, +\infty)$

۲-

الف) $f(x) = ۲x^۲ - ۵x + ۱ \longrightarrow x_S = \frac{۵}{۴} \to x = ۵ \longrightarrow ۲ \times \frac{۲۵}{۱۶} - \frac{۲۵ \times ۴}{۱۶} + \frac{۱۶}{۱۶} = \frac{-۱۰۰ + ۵۰ + ۱۶}{۱۶}$

$= -\frac{۳۴}{۱۶} = y_S$ 　 $\boxed{R_f = [-\frac{۳۴}{۱۶}, +\infty)}$

ب) $f(x) = -x^۲ + ۶x - ۵ \to R_f = (-\infty, \frac{-\Delta}{۴a}] \to R_f = (-\infty, ۴]$

$g(x) = \sqrt{f(x)} \to \boxed{R_g = [۰, ۲]}$

ج) $f(x) = x^۷ - ۳x^۲ + ۴x + ۱$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$ $\to R_f = \mathbb{R}$, $\boxed{R_g = \sqrt{\mathbb{R}} = [۰, +\infty)}$

د) $x^۲ + ۴ + \dfrac{۱}{x^۲ + ۴} - ۴ \longrightarrow x^۲ + ۴ \geq ۴ \to R = [۸ + \frac{۱}{۸}, +\infty) \to R_f = [۴ + \frac{۱}{۸}, +\infty)$

$[۴/۱۲۵, +\infty)$

۳-

الف) $\boxed{R_f = \mathbb{R} - \{\frac{۳}{۲}\}}$

ب) $f(x) = \dfrac{۴x+۱}{x-۲}$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$ $\to R_f = \mathbb{R} - \{۴\}$ $\boxed{R_g = [۰, +\infty) - \{۲\}}$

پ) $\sqrt{x^۲+۳} + \dfrac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}} \xrightarrow[\square \geq ۰]{\square + \frac{۱}{\square} \geq ۲} R_f = [\sqrt{۳} + \frac{۱}{\sqrt{۳}}, +\infty) = [\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}, +\infty)$

$\min \square = \sqrt{۳}$

۴

روش اصلی $\to y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \to x^2=-\frac{-y-4}{y-3}=\frac{y+4}{y-3} \to x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \to \geq 0$

$-4 \qquad 3$

$+ \quad - \quad +$

ت ن

$R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

روش عکس $\to 0\leq x^2<+\infty \longrightarrow (-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

مخرج نمی‌تواند صفر شود

۵

روش اصلی: $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \to \sin x=-\frac{3y+1}{y-2}=\frac{3y+1}{2-y}$, (I) $\to -1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq 1$

$-1\leq \sin x\leq 1$ (I)

$-\frac{3}{2}\leq y<2$ و $y>2$ یا $y\leq +\frac{1}{4}$

$-\frac{3}{2}\leq y\leq \frac{1}{4} \leftarrow \cap$

$R_f=[-\frac{3}{2},+\frac{1}{4}]$

روش عکس: $\sin x=-1 \to \frac{-2-1}{-1+3}=\frac{-3}{2}$

$\sin x=1 \to \frac{2-1}{1+3}=\frac{1}{4}$

$\sin x+3\neq 0$

$\to [-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

۶

$D_f \to x^2-x+1\neq 0 \quad \Delta<0 \to D_f=\mathbb{R}$

$-\frac{1}{4}\leq x^2-x<+\infty \qquad f(x)=\frac{\square+\frac{1}{4}}{\square+1} \to \square=-\frac{1}{4}\to 0$

$\square=+\infty \to 1$

$x^2-x+1\neq 0$

$[0,1)=R_f$

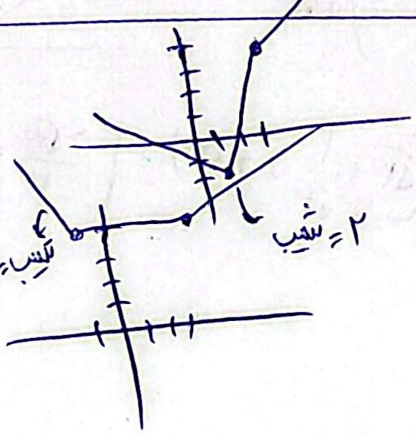
۷

الف) $x\geq 3 \to x+1$

$1<x\leq 3 \to 3x-5$

$x\leq 1 \to -x-1$

$R=[-2,+\infty)$



ب) گلدانی $\to$ شیب=-۲

$R=[4,+\infty)$

۸

$x \geq 1$ $\quad x-2-2x-2 \leq 1 \to -x \leq 5 \to x \geq -5 \to x \geq 1$

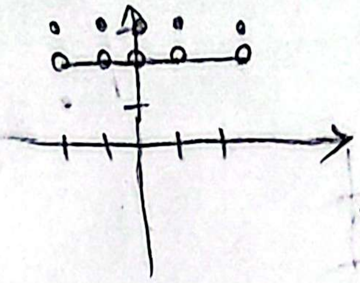
$-1 \leq x < 1$ $\quad \cancel{2}-x-2x-\cancel{2} \leq 1 \to -3x \leq 1 \to x \geq \frac{1}{3} \to \frac{1}{3} \leq x < 1$

$x < -1$ $\quad 2-x+2x+2 \leq 1 \to x \geq -3 \to -3 \leq x < -1$

$x \geq -3$

۹

الف) $y = [x] + [-x] + 3$



ب)

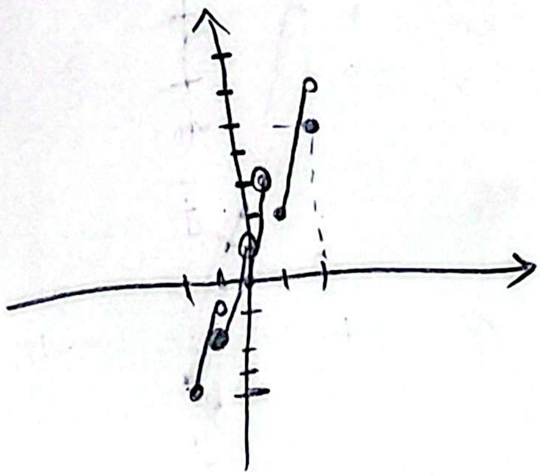
$-2 \leq x < -1 \to 3x+2$

$-1 \leq x < 0 \to 3x+1$

$0 \leq x < 1 \to 3x$

$1 \leq x < 2 \to 3x-1$

$x = 2 \to 3x-2$



۱۰

الف) $\sin^2 x - \sin x + 1$

$\xrightarrow{\sin x = -1} 1+1+1 = 3$

$\xrightarrow{\sin x = 1} 1-\cancel{1}+\cancel{1} = 1$

$\xrightarrow{\sin x = \frac{1}{2}} \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$R = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $\sin^4 x + \sin^2 x + 1$

$\xrightarrow{\sin^2 x = 1} 1+1+1 = 3 \to [1, 3)$

$\xrightarrow{\sin^2 x = 0} 0+0+1 = 1$

$\xrightarrow{\sin^2 x = -\frac{1}{2}} \times$