

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \rightarrow y(x - 1) = x^2 + x + 2 \rightarrow x^2 + x(1 - y) + y - 2 = 0 \rightarrow \Delta \geq 0 \quad (1, 75)$$

$$\rightarrow (1 - y)^2 - 4(y - 2) \geq 0 \rightarrow y^2 - 2y + 1 - 4y + 8 \geq 0 \rightarrow y^2 - 6y + 9 \geq 0 \rightarrow (y - 3)^2 \geq 0$$

دقت!

$$\Rightarrow y \in [-1, 7] \rightarrow \boxed{R_f = [-1, 7]} \quad D_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

$$\text{الف) } y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x^2 + 1} \rightarrow R_f = [y_5, +\infty) ; y_5 = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow y_5 = \frac{1}{1} - \frac{4}{1} + 1 = -2 \quad (2)$$

$$\rightarrow \boxed{R_f = [-2, +\infty)}$$

$$\rightarrow y = \sqrt{-x^2 + 4x - 4} \Rightarrow \text{محدوده زیر ادیکال را حساب کنیم سپس از آن محدوده خارج می‌کنیم}$$

$$y_5 = \frac{b}{a} = \frac{-4}{-1} = 4 \rightarrow y_5 = 4 \rightarrow R_f = (-\infty, 4] \Rightarrow \text{محدوده (زیر ادیکال باید با کمتر مساوی باشد)}$$

$$\boxed{R_f = [0, 2]}$$

$$\text{ج) } y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1} \Rightarrow \text{محدوده زیر ادیکال: برای تمام توابع چند جمله‌ای از مرتبه فرد}$$

$$R_f = \mathbb{R} \Leftarrow \text{که بزرگترین می‌توان آن فاصله) به ابر R می‌باشد}$$

$$\boxed{R_f = [0, +\infty)} \Leftarrow \mathbb{R}$$

$$\text{د) } y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1} \Rightarrow \text{طبق نکته قسمتی که در بالا آمدیم که عبارت روبرو هرگاه باید از صفر بزرگتر}$$

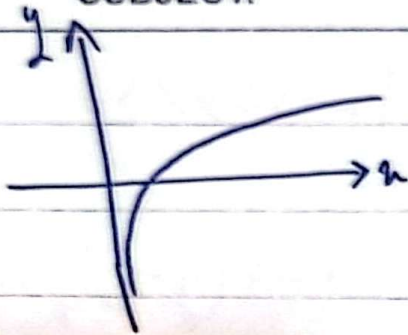
$$\text{باشد پس ما باید در اینجا (صفر) انتخاب می‌کنیم با قرار دادن این مقادیر در تابع هرگاه}$$

پروانفلان

ادامه سوال ۲:

DATE / / SUBJECT:

$$y = \log x$$



$$x \in (0, +\infty)$$

بخشی از R_f

$$R_f: (-\infty, +\infty)$$



همه تابع بصورت $(-\infty, +\infty)$ درمی آید

$$\text{الف) } 2ny - 4y = 2n+1 \rightarrow -4y - 1 = n(3-2y) \rightarrow n = \frac{-4y-1}{3-2y} \rightarrow R_f = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad (3) \quad (2)$$

$$\text{ب) } f(n) = \frac{f_{n+1}}{n-2} \rightarrow R_f = R - \left\{ \frac{a}{c} \right\} = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow R_f \text{ جزر} \rightarrow R_f = [0, +\infty) - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

تابع کسری

$$\text{ج) } y = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow \text{می توانه } \sqrt{x^2+3} \text{ را } \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \text{ ببرد}$$

$$\min_{n=0} \sqrt{x^2+3} = \sqrt{3} \rightarrow R_f = \left[\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty \right) = \left[\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty \right)$$

$$\text{د) } y = x + \frac{1}{x^2+f} \xrightarrow{\pm f} x^2+f + \frac{1}{x^2+f} - f = y \rightarrow x^2+f \text{ می توانه } \frac{1}{x^2+f} \text{ ببرد}$$

$$\min_{n=0} x^2+f = f \rightarrow R_f = \left[f + \frac{1}{f} - f, +\infty \right) = \left[\frac{1}{f}, +\infty \right)$$

$$y = \frac{x^2+f}{x^2-1} \rightarrow yx^2 - y = x^2+f \rightarrow x^2(3-y) = -y-f \quad (4) \quad (2) \text{ اصل}$$

$$\rightarrow x^2 = \frac{-y-f}{3-y} \rightarrow 0 \leq \frac{-y-f}{3-y} \rightarrow \frac{-f}{3-y} \geq 0 \rightarrow R_f = (-\infty, -f] \cup (3, +\infty)$$

$$y = \frac{x^2+f}{x^2-1} \rightarrow x^2 = \square \rightarrow x^2 \geq 0 \rightarrow x^2_{20} \rightarrow x^2_{20}, x = +\infty \rightarrow x^2_{20} + \infty$$

تذکره ۲:

$$\rightarrow x_{20} \rightarrow y_{20} = -f, x = +\infty \rightarrow y_{20} = 3 \rightarrow \text{مخرج می تواند منفی شود پس خارج}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2+f}{x^2-1} = 1$$

این بازه جواب مسئله است: $R_f = (-\infty, -f] \cup (3, +\infty)$ ، را بازه را در این زیر حل است

$$y \sinh x + 1 = 2 \sinh x - 1 \rightarrow y + 1 = \sinh x (2 - y) \rightarrow \sinh x = \frac{y+1}{2-y} \rightarrow \text{اصلی: } (2) \quad (5)$$

$$-1 \leq \frac{y+1}{2-y} \leq 1 \rightarrow I) \leq \frac{y+1}{2-y} \rightarrow \frac{\frac{r}{2}}{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \rightarrow y \in [-\frac{r}{2}, 2)$$

$$II) \frac{y-1}{2-y} \leq 0 \rightarrow \frac{\frac{1}{2} r}{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \rightarrow y \in (-\infty, \frac{1}{2}] \cup (2, +\infty) \rightarrow I \cap II$$

$$y \in \mathbb{R} \text{ and } [-\frac{r}{2}, \frac{1}{2}] \rightarrow R_f = [-\frac{r}{2}, \frac{1}{2}] \quad \checkmark$$

تذکره ۲: دو شرط همان حداقل و حداکثر مقدار $\sinh$ است ←

$$\sinh x = 1 \rightarrow y = \frac{1}{2}$$

مخرج نمی تواند صفر شود پس داخل بازه را انتخاب می کنیم.

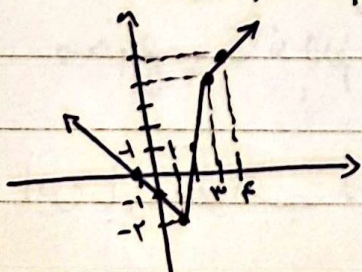
$$R_f = [-\frac{r}{2}, \frac{1}{2}] \quad \checkmark$$

$$f(x) = \frac{(x-\frac{1}{2})^2}{(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{r}{2}} \rightarrow y(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{r}{2} y = (x-\frac{1}{2})^2 (1-y) = \frac{r}{2} y \quad (2) \quad (6)$$

$$\rightarrow (x-\frac{1}{2})^2 = \frac{\frac{r}{2} y}{1-y} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\frac{r}{2} y}{1-y}} + \frac{1}{2} \rightarrow \infty \leq |x| \text{ ادیکال } \rightarrow \leq \frac{\frac{r}{2} y}{1-y} \rightarrow$$

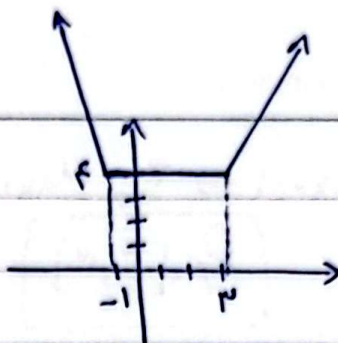
$$\frac{1}{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \rightarrow y \in [0, 1) \rightarrow R_f = [0, 1) \quad \checkmark$$

$$الف) \frac{1}{x-1} + \frac{r}{x+1} \rightarrow (1, -2), (2, 4), (4, 8), (-1, 0) \rightarrow$$



$$\Rightarrow R_f = [-2, +\infty) \quad \checkmark$$

→ $y = |x-3| + |x+1|$ → تابع لکاني



② ⑦

$R_f = [4, +\infty)$

تجزیه:

$-x+2 \leq 4 \leq x-2 \rightarrow$ اسم تابع

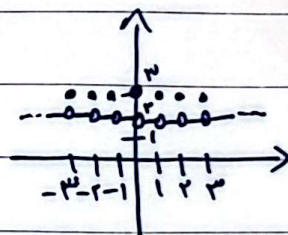
$\begin{array}{c|c} -1 & 2 \\ \hline x+2 & -x-2 \end{array}$

→ $-x-2 \leq 1 \rightarrow x \geq -3 \rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 2 \end{cases}$
 $-3 \leq 1 \rightarrow x \geq -1 \rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 2 \end{cases}$
 $x+2 \leq 1 \rightarrow x \leq -3 \rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \leq 2 \end{cases}$

② ⑧

→ $\text{جواب} = (-\infty, -3] \cup [-1, 2] \cup [2, +\infty) = (-\infty, -3] \cup [-1, +\infty)$

الف) $y = [x] + [-x] + 3 \rightarrow \begin{cases} 3 & x \in \mathbb{Z} \\ 2 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$



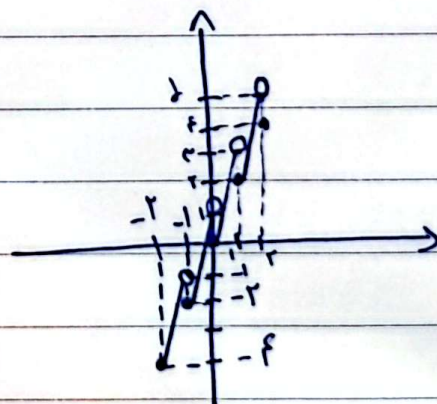
② ⑨

$R_f = \{2, 3\}$

ب) $y = 3[x] - [x]$

x

$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = 3(-2) - (-2) = -4$
 $-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 3(-1) - (-1) = -2$
 $0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 3(0) - (0) = 0$
 $1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 3(1) - (1) = 2$



$R_f = [-4, 2)$

یو امانت

DATE / / SUBJECT:

الف) $\text{Min: } \sin x = -1 \rightarrow 3, \text{Max: } \sin x = 1 \rightarrow 1, \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \notin [0, 3] \rightarrow \frac{3}{4} \rightarrow \textcircled{2}$

$R_f = [\frac{3}{4}, 3]$ ✓ ← کمترین عدد بدست آمده $\frac{3}{4}$ ، بیشترین عدد بدست آمده 3

ب) $\text{Min: } \sin x = 0 \rightarrow 1, \text{Max: } \sin x = 1 \rightarrow 3, \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2} \notin \sin x \rightarrow$

$R_f = [1, 3]$ ✓