به نام خدا

ماهان نژادکرد

دوازدهم ریاضی B — تکلیف ۴

۱-

الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2=(2(\frac{x}{2})-2[\frac{x}{2}])^2$

$\star: t-[t]<1 \Rightarrow 0\le\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]<1$

$\Rightarrow 0\le(2(\frac{x}{2})-2[\frac{x}{2}])^2<4$

$0\le 2(\frac{x}{2})-2[\frac{x}{2}]<2$

$\Rightarrow R_f=[0,4)$

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \Rightarrow \log y=\sin x+4 \Rightarrow y=10^{\sin x+4}$ $\boxed{y>0}$ I

$-1\le\sin x\le1 \Rightarrow 3\le\sin x+4\le5 \Rightarrow 10^3\le10^{\sin x+4}\le10^5 \Rightarrow 10^3\le y\le10^5$ II

$\xrightarrow{I,II} R_f=[10^3,10^5]$

۲-

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \Rightarrow y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9} \Rightarrow x^2=\frac{9y^2-4}{y^2-1}\ge0$ $\boxed{y\ge0}$ I

-1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
$+$ $-$	$+$	$-$	$+$

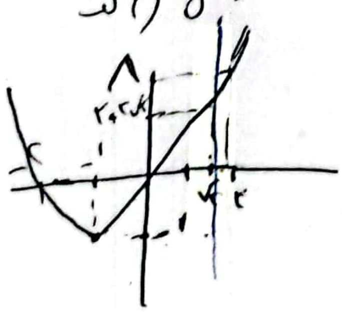
$\Rightarrow(-\infty,-1)\cup[-\frac{2}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$ II

$\xrightarrow{I,II} R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty) \Rightarrow \begin{cases}a=0\\ b=\frac{2}{3}\\ c=1\end{cases} \Rightarrow \boxed{a+b+c=\frac{5}{3}}$

۳-

الف) $y=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \xrightarrow[x+\frac{1}{x}\ge2]{\sqrt{x+\frac{1}{x}}=t} t^2+2t=y$

$R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$ زیرا $\sqrt{2}\le t$ است



ب) $y = (۳ - \sin x)(۱ + \sin x) = -\sin^۲ x + ۲\sin x + ۳$

$= -(\sin x - ۱)^۲ + ۴ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۱ \Rightarrow y_{max} = ۴ \\ \sin x = -۱ \Rightarrow y_{min} = ۰ \end{cases}$

$y = -\frac{۱}{۲}x + ۱۰$

-۴

$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{N} , x < ۱۰\} = \{۱, ۲, ۳, \dots, ۹\}$

$f(۱) = ۱۰ - \frac{۱}{۲}$

$f(۲) = ۱۰ - \frac{۲}{۲}$

$f(۳) = ۱۰ - \frac{۳}{۲}$

$\vdots$

$f(۹) = ۱۰ - \frac{۹}{۲}$

$f(۱) + f(۲) + f(۳) + \dots + f(۹) = ۹ \times ۱۰ - \frac{\frac{۱۰ \times ۹}{۲}}{۳} = ۹۰ - ۱۵ = ۷۵$

-۵

$f(x) = \sqrt{ax^۲ + bx + c} \Rightarrow ax^۲ + bx + c \geq ۰$ ، $\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{۲} \\ - & + \end{array}$

$\boxed{a = ۰}$ تعیین علامت معادله به صورت خطی است پس ضریب $x^۲$ برابر صفر است:

$\begin{cases} bx + c \geq ۰ \\ b > ۰ \end{cases}$ ، $x = ۲ \Rightarrow ۲b + c = ۰$ ، $x = ۳ \Rightarrow ۳b + c = ۱$ $\Rightarrow \boxed{b = ۱}$ ، $\boxed{c = -۲}$

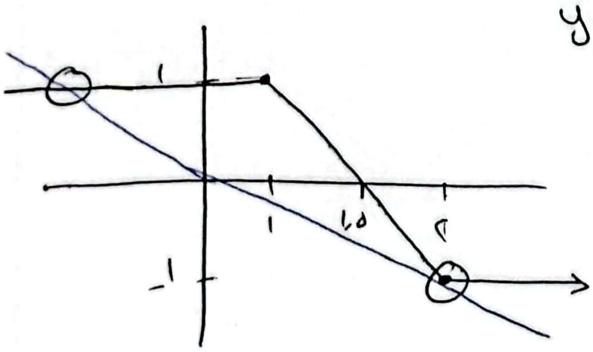
$g(x) = y = \sqrt{x^۲ + ۴} \Rightarrow x^۲ + ۴ \geq ۴ \Rightarrow \sqrt{x^۲ + ۴} \geq ۲ \Rightarrow R_f = [۲, +\infty)$

-۶

$kx = |x - ۲| - |x - ۱|$

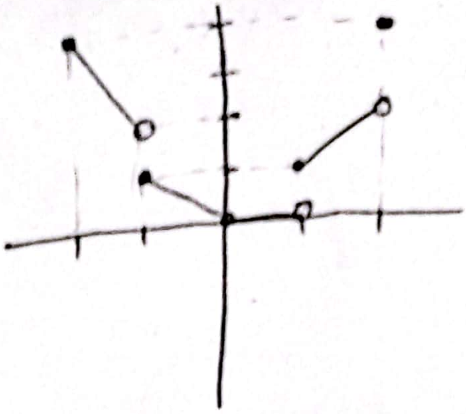
$y = kx \xrightarrow{x = ۲} -۱ = ۲k \Rightarrow \boxed{k = -\frac{۱}{۲}}$

$y = -\frac{x}{۲}$



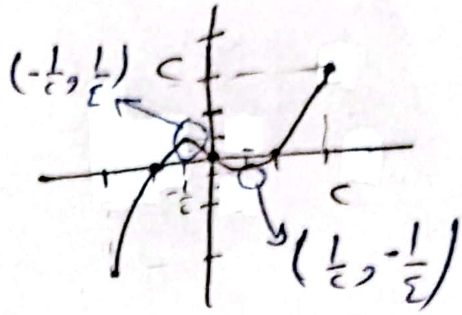
۷-

الف) $y = x[x] = \begin{cases} -2x & -2 \le x < -1 \\ -x & -1 \le x < 0 \\ 0 & 0 \le x < 1 \\ x & 1 \le x < 2 \\ 4 & x = 2 \end{cases}$



$R_f = [0, 4] - \{2\}$

ب) $y = x|x| - x = \begin{cases} -x^2 - x & -2 \le x < 0 \\ x^2 - x & 0 \le x \le 2 \end{cases}$



$R_f = [-2, 2]$

۸-

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{1+x+x+1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x}$$

$$y = \frac{2}{x} \to R_f = \mathbb{R} - \{0\}, \quad x \neq -1 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{-2, 0\}$$

$$\boxed{a + b = -2 + 0 = -2}$$

۹-

$$y = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}, \quad x \neq 1$$

$$\to \sqrt{x} = \frac{y-3}{y-1} \ge 0 \Rightarrow \boxed{(-\infty, 1) \cup [3, +\infty) = R_f}$$

۱۰-

$$y = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{\cancel{(x^2-1)}(x+2)}{\cancel{x^2-1}} \xRightarrow{x \neq \pm 1} y = x + 2 \Rightarrow \mathbb{R}$$

$y \neq 1 + 2 = 3$

$y \neq -1 + 2 = 1$

$\to R_f = \mathbb{R} - \{3, 1\}$