نام و نام خانوادگی ......علی درخشان‌فر...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ....۴... کلاس ...B...........

۱

الف)

$(x-2[\frac{x}{2}])^2 =$

$\to (2(\underbrace{\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]}))^2$

$R: [0,1) \xrightarrow{\times 2} [0,2) \xrightarrow{(\;)^2} \{[0,4)\}$

ب)

$\log y = \underbrace{\sin x} + 4$

$-1 \le \sin x \le 1 \xrightarrow{+4} 3 \le \log y \le 5$

$10^{\sin x + 4} = y \Longrightarrow 10^3 \le y \le 10^5$

$R: [1000, 100000]$

۲

$x^2 = \square \longrightarrow \sqrt{\frac{\square - 4}{\square - 9}}$

$\max \square = +\infty \to \frac{+\infty}{+\infty} = 1 \xrightarrow[\text{صفر شود}]{\text{مخرج نمی‌تواند}}$ $R_{\text{زیر رادیکال}}: R - (\frac{4}{9}, 1]$

$\min \square = 0 \to \frac{0-4}{0-9} = \frac{4}{9}$

$\xrightarrow{\text{اعمال رادیکال}} R: [0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty) \Longrightarrow \left.\begin{matrix} a=0 \\ b=\frac{2}{3} \\ c=1 \end{matrix}\right\} \longrightarrow a+b+c = \frac{5}{3}$

۳

الف)

$\square = \sqrt{x + \frac{1}{x}} \Longrightarrow f(x) = \square^2 + 2\square$

$\square \begin{cases} \max \to +\infty \xrightarrow{\text{جایگذاری}} +\infty \\ \min \; \sqrt{2} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2+2\sqrt{2} \\ -\frac{b}{2a} \to -1 \; \times \end{cases}$

$R: [2+2\sqrt{2}, +\infty)$

ب)

$y = 3 + 2\sin x - \sin^2 x$

$\square = \sin x \to y = 3 + 2\square - \square^2$

$\square \begin{cases} \max \; +1 \longrightarrow y = 4 \\ \min \; -1 \longrightarrow y = 0 \\ -\frac{b}{2a} \; 1 \longrightarrow y = 4 \end{cases}$

$R: [0, 4]$

۴

$x=1 \longrightarrow y = -\frac{1}{3}(1) + 10 = 9\frac{2}{3}$

$x=2 \longrightarrow y = -\frac{1}{3}(2) + 10 = 9\frac{1}{3}$

$x=3 \longrightarrow y = -\frac{1}{3}(3) + 10 = 9$

$x=4 \longrightarrow y = -\frac{1}{3}(4) + 10 = 8\frac{2}{3}$

$x=5 \to y = 8\frac{1}{3}$ و $x=6 \to y=8$ و $x=7 \to y = 7\frac{2}{3}$ و $x=8 \to y = 7\frac{1}{3}$ و $x=9 \to y=7$

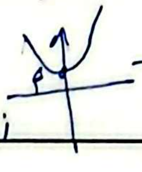
$R: \{7, 7\frac{1}{3}, 7\frac{2}{3}, 8, 8\frac{1}{3}, 8\frac{2}{3}, 9, 9\frac{1}{3}, 9\frac{2}{3}\}$

۵

با توجه به شکل داخل تابع عبارت زیر رادیکال نمی‌تواند درجه ۲ باشد $\Longleftarrow a=0$

$\left.\begin{matrix} D_f: [2, +\infty) \longrightarrow b(2) + c = 0 \Rightarrow 2b = -c \\ f(3) = 1 \longrightarrow \sqrt{3b+c} = 1 \Rightarrow 3b + c = 1 \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \begin{matrix} b=1 \\ c=-2 \end{matrix}$

$g(x) = \sqrt{x^2 + 4} \xrightarrow[\text{زیر رادیکال}]{}$



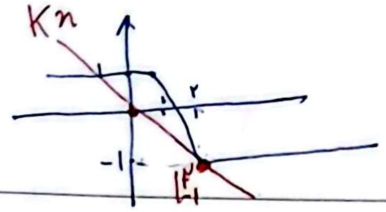
$\longrightarrow R_{\text{زیر رادیکال}}: y \ge 4 \xrightarrow[\text{رادیکال}]{\text{اعمال}} R: [2, +\infty)$

علی درخشان فر   گروه B

$|x-2|-|x-1|$

$K = \frac{2-0}{-1-0} = -2$

1 | $3-2x$ | -1



۶

(الف)

$-2\leq x<-1 \to -2x \to 2<y\leq 4$

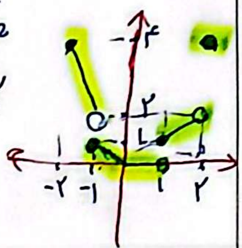
$-1\leq x<0 \to -x \to 0<y\leq 1$

$0\leq x<1 \to 0 \to y=0$

$1\leq x<2 \to x \to 1\leq y<2$

$x=2 \to 2x \to 4=y$

$R: [0,4]$

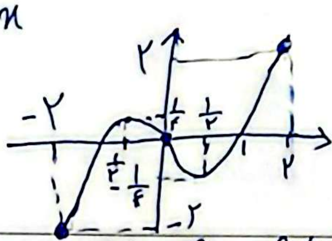


(ب)

$x\geq 0 \to x^2-x$

$x\leq 0 \to -x^2-x$

$R: [-2,2]$



۷

مخرج مشترک : $\frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} \xrightarrow{x\neq -1} \frac{2}{x} \to R_{\frac{2}{x}}: \mathbb{R}-\{0\}$

$\frac{2}{x} \xrightarrow{x=-1} y=-2$

$R_{کل}: \mathbb{R}-\{-2,0\}$

$a+b=-2+0=-2$

۸

$\frac{(\sqrt{x}-2)^2-1}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{(\sqrt{x}-2-1)(\sqrt{x}-\cancel{2+1})}{(\sqrt{x}-1)^{\cancel{2}}} = \underbrace{\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}}_{A}$

به شرط $\sqrt{x}\neq 1 \xrightarrow{جاگذاری} \frac{-2}{\cancel{0}}$ چون تابع A همگرا افزایشی است اجازه قائم است و خود به خود در برد نیست ⊛

$\max\sqrt{x}=+\infty \xrightarrow{جاگذاری} \frac{\infty}{\infty}=1$

$\min\sqrt{x}=0 \to \frac{0-3}{-1}=3$

$R_A: \mathbb{R}-[1,3) \xrightarrow{⊛ با توجه به} R: \mathbb{R}-[1,3)$

۹

$f(x) = \frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1} = \underbrace{x+2}_{A}$ به شرط $x^2\neq 1$

$R_A: \mathbb{R} \xrightarrow[\text{در } x+2 \text{ تا } y\text{های نامطلوب یافت شوند}]{\text{جاگذاری } -1 \text{ و } +1}$ $-1+2=+1$, $+1+2=3 \Longrightarrow R_{کل}: \mathbb{R}-\{1,3\}$

$1+3=4$

۱۰

ببخشید یکم بدخط شد :)