تکلیف شماره ۱ — رادمهر معتمدی

۱)
$f(2x+1)+f(x+2)=3x+f(3)$

$a(2x+1)+b+a(x+2)+b=3x+3a+b \Rightarrow (3a-3)x+b=0 \to \begin{matrix} a=1 \\ b=0 \end{matrix}$

$y=\sqrt{x-x^2}$: max $\left| \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{matrix} \right. \longrightarrow x=\frac{1}{2} \to y=\frac{1}{2} \longrightarrow y\in[0,\frac{1}{2}]$

۲)
$f(x)=\dfrac{x^3-4x}{x+2}$ $\quad D_f=\mathbb{R}-\{a,b\} \quad R_f=[c,+\infty)-\{8\}$

$f(x)=\dfrac{x^3-4x}{x+2} \underset{x\neq 2}{=} x^2-2x \longrightarrow f(x)\neq 8 \to x^2-2x\neq 8 \to x\neq \underset{a,b}{-2,4}$

$f(x)=x^2-2x \longrightarrow \min=-1 \to c=-1 \longrightarrow f\left(\frac{a+b}{2c}\right)=f(-1)=3$

۳)
$y=\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx-8}=cx+d$

$x^3+ax^2+bx-8=c^3x^3+3c^2x^2d+3cxd^2+d^3 \longrightarrow \begin{matrix} c=1 \\ d=-2 \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} a=-6 \\ b=12 \end{matrix}$

$y=x-2 \xrightarrow{x\in[-6,12]} y\in[-8,10]$

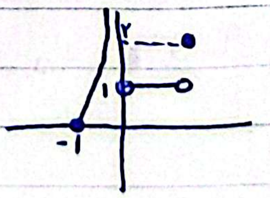
۴)
$y_1=\left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{5}} \longrightarrow \frac{x+1}{1-x}>0 \longrightarrow -1<x<1$

$y_2=\dfrac{ax^2-1}{x^2+b} \longrightarrow x^2=0 \to y_2=\frac{-1}{b}$; $(x\to+\infty) \to y_2=a$ $\left\{ \begin{matrix} \frac{-1}{b}\le y<a \\ \text{یا} \\ a\le y<\frac{-1}{b} \end{matrix} \right. \to a=1,\ b=+1$ یا $a=-1,\ b=-1$

$a+b=2$

به خاطر ایجاد ریشه در مخرج نادرست در میاد

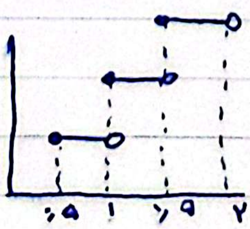
۵)
$y=\dfrac{[x]+|x|}{x} \begin{cases} -\frac{x+1}{x} & ; -1\le x<0 \\ 1 & ; 0<x<1 \\ 2 & ; x=1 \end{cases}$



$y\in[0,+\infty)$

۶)
$y=[x]+[x+0.5]$ ۳ پاره خط

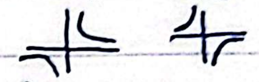
$\begin{cases} 1 & ; 0.5\le x<1 \\ 2 & ; 1\le x<1.5 \\ 3 & ; 1.5\le x<2 \end{cases}$



(۷ $y=\left|\frac{x+1}{ax+3}\right| \to y<1 \to \left|\frac{x+1}{ax+3}\right|<1$, $x\to+\infty \to \left|\frac{1}{a}\right|\leq 1 \to 1\leq|a| \to a\geq+1$

$y\in(b,+\infty) \to x=b, y=1 \to |b+1| = |ab+3|$

$a>0$ $a<0$



برای اینکه $-\infty$ جواب می‌دهد $a\geq 0$ است

فرض کنیم $a>1$ → در این صورت → پس اعدادی وجود دارند

مجانب افقی زیر ۱ می‌رود است → پس $a\leq 1$ است → $a=1$

قبل از مجانب محدوده و جواب

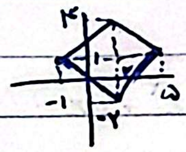
که دهند و اعدادی بعد از آن

$|b+1| = |\underset{1}{a}b+3| \to b^2+2b+1=b^2+6b+9 \to b=-2 \to a-b=3$

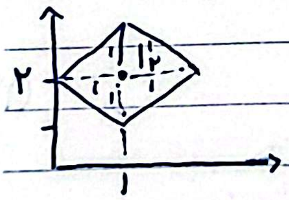
(۸ $|x-2|+|y-1|=3$

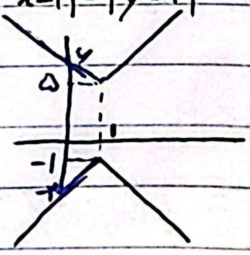
$x\geq2, y\geq1 : x+y=6$ $\quad x\geq2, y\leq1 \to x-y=4$

$x\leq2, y\geq1 : y-x=2$ $\quad x\leq2, y\leq1 \to y=-x$



(۹ $|x-1|+|y-2|=1$ $\quad |x-1|-|y-2|=-3$





(۱۰ $y=3x+|ax+b|$ $\begin{cases}(a+3)x+b ; & x\geq -\frac{b}{a}\\ (3-a)x-b ; & x\leq -\frac{b}{a}\end{cases}$ یا اکیداً صعودی هر دو مثبت
یا اکیداً نزولی هر دو منفی

$(a+3)(3-a)>0 \to 9-a^2>0 \to -3<a<3 \to a\in(-3,3)$