نام و نام خانوادگی .آرویش خالق‌زاده..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

$g(x)=\sqrt{-(x-2)^2} \Rightarrow x=2 \quad f(x)=\sqrt{10\log_2(x-1)} \Rightarrow x\geq 2$ $g\circ f=g(f(x)) \Rightarrow g(x)=2 \Rightarrow \sqrt{10\log_2 x-1}=2 \Rightarrow x-1=16 \Rightarrow x=17$ $\Rightarrow D_{g(f(x))}=\{17\}$	۱
$f\circ g=g\circ f \Rightarrow 2(x^2-3x+8)-5=(2x-5)^2-3(2x-5)+8$ به دلیل حجم زیاد محاسبات من آخر کار می‌نویسم اینجا بخش جانبی شد ن $f\circ g=g\circ f \Rightarrow 2x^2-6x+11=4x^2-26x+48 \Rightarrow 2x^2-20x+37=0 \Rightarrow \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ $\Rightarrow \alpha+\beta=10 \text{ و } \alpha\beta=\frac{37}{2} \Rightarrow 10^2-\frac{37}{2}=100-37=63$	۲
$g(f(x))=5x^2+12 \Rightarrow g(2x)=5x^2+11 \Rightarrow g(x)=\frac{5}{4}x^2+11$ کمترین مقدار $g(x)$ و $g(x-7)$ با هم برابر و چون x^2 همواره مثبت کمترین مقدار زمانی اتفاق می‌افتد که $x=0$ یک کمترین مقدار $g(x-7)$ برابر است با (11)	۳
$f(x)=3x-4$ $f(g(x))=3x^2-6x-1$ $\Rightarrow 3g-4=3x^2-6x-1 \Rightarrow g(x)=\underbrace{x^2-2x+1}_{(x-1)^2}$ $g(f(x))=(3x-5)^2=9x^2-30x+25$	۴
$g(x)=g(f(x))=f$ $2g=3f-14 \Rightarrow g=\frac{3}{2}f-7 \Rightarrow f-g=7-\frac{f}{2}=3x \Rightarrow f=3x+4$ $g=3x-1$ $f(g(a))=6x-2=6x+5 \Rightarrow 6x=-7 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}=a \Rightarrow a=-\frac{1}{3}$	۵

۶

$f(g(x)) = 9^{\log_3 x} = 3^{2\log_3 x} = 3^{\log_3 x^2} = x^2$

$g(f(x)) = \log_3 9^x = \log_3 3^{2x} = 2x$

$\Rightarrow x^2 \leq 2x \Rightarrow x^2 - 2x \leq 0 \Rightarrow x(x-2) \leq 0 \Rightarrow x \in [0, 2]$

$x \neq 0$ (در تعریف لگاریتم)

$\Rightarrow x = \{1, 2\}$ اعداد صحیح داخل x

۷

$\frac{x^2-2}{x} = x - \frac{2}{x} \Rightarrow f(x - \frac{2}{x}) = x^2 + x - 4 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}$

$= \left(\frac{x^2}{x^2} + \frac{4}{x^2} - \frac{4}{x}\right) = \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 + x - \frac{2}{x}$

$\Rightarrow f(x) = x^2 + x$

۸

$f(g(x))$ $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = -x^2 + 8x$ $\Rightarrow f(g(x)) = \log_2 \underbrace{-x^2 + 8x}_{max} \Rightarrow D: 0 < x < 8 = (0, 8)$ (1)

$max = \frac{-b}{2a} = 4 \Rightarrow 16 + 32 = 48$

$f \circ g$

$\Rightarrow max = \log_2 16 = 4 \Rightarrow R = (-\infty, 4]$ (2) (3) (1) $\Rightarrow A \cap B = (0, 4] = \{1, 2, 3, 4\}$ اعداد صحیح

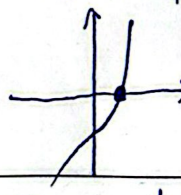
۹

$f(f(x)) = 1 - 3f^2(x) \Rightarrow f(x) = 1 - 3x^3$

$x^3 - 3x + 3x - 1 + 3x - 1 = 0$

$h(x) = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow h(x-1) = (x-1)^3 + 3x - 3 + 1 = (x-1)^3 + 3x - 1 = 10 - 3x^3$

$x^3 + 5x - 3 = 0$ یک ریشه دارد



اما خاصیت چون درجه 3 بوده 1 ریشه دارد و از جنس

۱۰

$f(x) = x - \frac{4}{x}$, $g(f(x)) = ax^2 + 2x$, $g(3) = 8$ $\Rightarrow x - \frac{4}{x} = 3$

$x = 4 \Rightarrow 16a + 8 = 8 \Rightarrow a = 0$

$x = -1$ جایگذاری $\Rightarrow a - 2 = 8 \Rightarrow a = -10$

لذا هر دو قابل قبول بوده و جواب دارد.