صالح شالی — به نام آنکه هستی نام از او یافت — دوازدهم تجربی B _ تکلیف

(1)

$D_{gof} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\} \to D_{gof} : D_f = \begin{cases} x-1>0 \to x>1 \ (I) \\ \log_2^{(x-1)} \geq 0 \to x-1 \geq 1 \to x \geq 2 \ (II) \end{cases}$

$D_g = -(x^2-4x+4) \geq 0 \to \underbrace{-(x-2)^2}_{\text{همواره نامثبت}} \geq 0 \to D_g = \{2\} \to f(x) = 2 \to \log_2^{x-1} = 2$

$\to x-1 = 4 \to x = 5 \ (III) \to D_{gof} = (I) \cap (II) \cap (III) = \{5\}$

(2)

$fog = 2(x^2-3x+8) - 5 = 2x^2 - 6x + 11$

$gof = (2x-5)^2 - 3(2x-5) + 8 = 4x^2 - 26x + 48$

$\Rightarrow 2x^2 - 6x + 11 = 4x^2 - 26x + 48 \to 2x^2 - 20x + 37 = 0 \to S = 10 \quad P = \frac{37}{2}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = 100 - 37 = \underline{\underline{63}}$

(3)

$gof = g(f(x)) = g(2x) = 5x^2 + 11 \to 2x = t \to x = \frac{t}{2} \to g(t) = 5\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 11$

$= \frac{5t^2}{4} + 11 \to g(x) = \frac{5x^2}{4} + 11 \to g(x-7) = \frac{5(x-7)^2}{4} + 11 = \frac{5x^2}{4} - \frac{70x}{4} + \frac{289}{4}$

$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{\frac{70}{4}}{\frac{10}{4}} = 7 \to y_S = \frac{44}{11} = \underline{\underline{4}}$

(4)

$f(g(x)) = 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x - 1 \to g(x) = x^2 - 2x + 1 \to gof = (3x-4)^2 - 2(3x-4) + 1$

$9x^2 + 16 - 24x - 6x + 8 + 1 = \underline{\underline{9x^2 - 30x + 25}}$

(5)

$g(x) = \frac{3f(x)}{2} - 7 \ , \ f - g = -x + 5 = f(x) - \frac{3f(x)}{2} + 7 \to f(x) = 2x + 4$

$g(x) = \frac{3}{2}(2x+4) - 7 = 3x - 1 \to fog = 2(3x-1) + 4 = 6x + 2 \to \Big|_0^a \to a = -\frac{1}{3}$

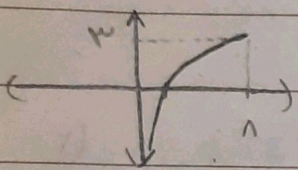
(6)

$fog = 9^{\log_3^x} = x^2 \ , \ gof = \log_3^{9^x} = 2\log_3^{3^x} = 2x \to 2x \geq x^2$

$۲x - x^۲ \geq ۰$ $\quad \begin{array}{ccc} & ۰ \quad ۲ & \\ - & + & - \end{array}$ $\to x = [۰, ۲] \to$ ۳ عدد صحیح

(۷) $\left(x - \frac{۲}{x}\right)^۲ = x^۲ + \frac{۴}{x^۲} - ۴ \to f\left(x - \frac{۲}{x}\right) = \left(x - \frac{۲}{x}\right)^۲ + \left(x - \frac{۲}{x}\right) \to f(x) = x^۲ + x$

(۸) $fog = \log_۲^{۸x - x^۲} \to D_{fog} = ۸x - x^۲ > ۰ \to \begin{array}{ccc} & ۰ \quad ۸ & \\ - & + & - \end{array} \to D_{fog} = (۰, ۸)$




$R_{fog} = (-\infty, ۳) \to R \cap D_{fog} = (۰, ۳) \to$ شامل ۲ عدد صحیح

(۹) $fof = f(f(x)) = ۱ - ۳f^۲(x) \to f(x) = ۱ - ۳x^۲$

$h(g(x)) = (x-۱)^۳ + ۲(x-۱) + ۱ = ۱ - ۳x^۲ \to x^۳ - ۳x^۲ + ۵x - ۲ = ۱ - ۳x^۲$

$\to x^۳ + ۵x - ۳ = ۰ \to$ ۳ جواب دارد

(۱۰) $x - \frac{۴}{x} = ۳ \to x^۲ - ۳x - ۴ \to x = -۱, ۴ \to f\left(x - \frac{۴}{x}\right) \overset{x=۴}{=} ۸ = ۶۴a + ۸ \to a = ۰$

$\hookrightarrow f\left(x - \frac{۴}{x}\right) \overset{x=-۱}{=} -a - c = ۸ \to a = -۱۰$