نوید امینی - تکلیف ۸

۱۹٫۲۵ آفرین !!

1

۲

$D_{g\circ f}=\{D_f \mid f(x)\in D_g\}$

$D_f \to \sqrt{\log_2^{(x-1)}} \geq 0 \to x>1$

$\log_2^{x-1}\geq 0 \to x-1\geq 1 \to x\geq 2$

$\cap \to x\geq 2$

$g(x)=\sqrt{-(x-2)^2} \to D_g=\{2\}$ $\sqrt{\log_2^{x-1}}=2 \to \log_2^{x-1}=4 \to x-1=16 \to x=17 \to D_{g\circ f}=\{17\}$

---

2

۳

$f\circ g=2(x^2-3x+8)-5=2x^2-6x+16-5=2x^2-6x+11$

$g\circ f=(2x-5)^2-3(2x-5)+8=4x^2-20x+25-6x+15+8=4x^2-26x+48$

$f\circ g=g\circ f \to 2x^2-6x+11=4x^2-26x+48 \to 2x^2-20x+37=0$ $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$ (دقت کن ارقام)

$(\frac{20}{2})^2-\cancel{2}(\frac{37}{\cancel{2}})=100-37=53$

۱۰۰ - ۳۷ = ۶۳

---

3

$g\circ f(x)=g(2x)=5x^2+11$

$2x=t \to x=\frac{t}{2}$

$\to g(t)=5(\frac{t}{2})^2+11=\frac{5t^2}{4}+11 \to g(x)=\frac{5x^2}{4}+11$

۳

$g(x-7)=\frac{5(x-7)^2}{4}+11=\frac{5}{4}(\underbrace{x^2-14x+49}_{min=0})+11 \to \min g(x-7)=11$

---

4

$f(g(x))=3g-4=3x^2-6x-1 \to \frac{3x^2-6x+3}{3}=g(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2$

۳

$g\circ f(x)=(3x-4-1)^2=(3x-5)^2=9x^2-30x+25$

---

5

$f-g=-x+5$

$f\circ g=Ax+2$

$g(x)=a'x+b'$

$f(x)=ax+b$

$(a-a')x+b-b'=-x+5 \to a-a'=-1$

$b-b'=5$

۱٫۷۵

$2a'x+2b'=3ax+3b-14 \to \begin{cases} 3a=2a' \\ a-a'=-1 \end{cases}$ $3(a'-1)=2a' \to a'=3$, $a=2$

$2b'=3b-14$

$\frac{2b-3b+14}{2}=5 \to b=10-14 \to b=4,\ b'=-1$

$\cancel{a=-3}$

$f(x)=2x+4$

$g(x)=3x-1$

$\to f\circ g(x)=2(3x-1)+4$

$6x-2+4=6x+2=0 \to x=-3$

$6x-2=-\frac{2}{a}x-2 \to a=-\frac{1}{3}$

۶

۲

$f\circ g = 9^{\log_3 x} = x^2 \ , \ x>0$

$g\circ f = \log_3 9^x = 2x \quad x\in\mathbb{R}$

$x^2 \leq 2x \to x^2-2x\leq 0$

$x(x-2)\leq 0 \to$ $\begin{array}{c|c|c} & 0 & 2 \\ + & - & + \end{array}$ $x\in[0,2]$ $\xrightarrow{\cup} x\in(0,2]$

اعداد طبیعی $=\{1,2\}$

---

۷

$f(x-\frac{2}{x}) = x^2+\frac{4}{x^2}-4+x-\frac{2}{x}$

$(x-\frac{2}{x})^2 = x^2+\frac{4}{x^2}-4$

$f(x-\frac{2}{x}) = (x-\frac{2}{x})^2+(x-\frac{2}{x}) \Rightarrow f(t)=t^2+t$

$\boxed{f(x)=x^2+x}$

۲

---

۸

۱/۵

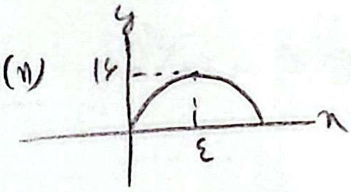
$f\circ g = \log_2^{8x-x^2}$

$D_{f\circ g} \to x(8-x)>0$ $\begin{array}{c|c|c} & 0 & 8 \\ - & + & - \end{array}$ $x\in(0,8)$

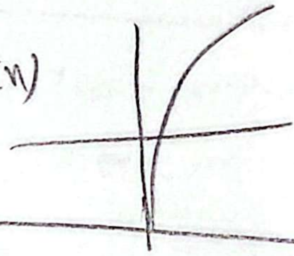
$R_{f\circ g} = (-\infty, \log_2^{16}] = (-\infty, 4]$

$A\cap B = (0,4] \to$ ۴ عضو صحیح

$g(x)$



$f(x)$



---

۹

$f\circ f(x) = 1-3f^2(x) \xrightarrow{x=f^{-1}} f\circ f\circ f^{-1} = 1-3(f(f^{-1})\times f(f^{-1})) \to f(x)=1-3x^2$

$h\circ g(x) = (x-1)^3+2(x-1)+1 = x^3-3x^2+3x-\cancel{1}+2x-2+\cancel{1} = x^3-3x^2+5x-2$

۲

$h\circ g = f \to 1-\cancel{3x^2} = x^3-\cancel{3x^2}+5x-2 \to x^3+5x-3=0$

مشتق $\to y' = 3x^2+5>0 \to$ اکیداً صعودی $\to$ یکبار محور را قطع می‌کند

---

۱۰

$g(x-\frac{4}{x}) = ax^3+2x \to$

۲

$x-\frac{4}{x}=3 \to x^2-3x-4=0 \quad (x-4)(x+1)=0 \quad x=4,-1$

$x=4 \to g(3)=8=16a+8 \quad a=0$

$x=-1 \to g(3)=8 \quad -a-2=8$

$a=-10$

نوروزی