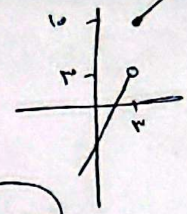
-۱

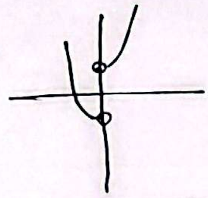
$f(x+2)=\begin{cases}2x+5 & x\ge 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases} \to f(x)=\begin{cases}2x+1 & x\ge 3\\ 4x-9 & x<3\end{cases} \to$  $\to f(x)$ اکیدا صعودی

$\sqrt{f(3-x)-f(x+1)} \to f(3-x)\ge f(x+1) \to 3-x\ge x+1 \to x\le 1$

-۲

$f(x)=(x^3+x)^3$ تابع صعودی اکید $\to f\circ f(x)<f(x^3) \to x^3>f(x) \to x^3>(x^3+x)^3 \to x^3>x^3+x$
$\to x<0$

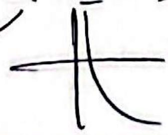
-۳

$f(x)=|x|(x^2+\frac{1}{x}) \to f(x)\begin{cases}x^2+1 & x>0\\ -x^2-1 & x<0\end{cases} \to$  $\to$ تابع یکنوا نیست

-۴ صورت کسر، تابع صعودی اکید است. پس اول مخرج را تعیین می کنیم.

$|x|-|x+1|\begin{cases}-1 & x\ge 0\\ -2x-1 & -1<x<0\\ 1 & x<-1\end{cases} \longrightarrow f(x)\begin{cases}-2x-1 & x>0\\ -1 & -1<x\le 0\\ 2x+1 & x<-1\end{cases}$

می دانیم $2x+1$ صعودی اکید است. همچنین $f(-1)=-1$ و از رسم تابع در بازهٔ $(-1,0]$ ثابت است و در $x=-1$ دو بخش به هم متصل می شوند. پس در کل تابع صعودی می شود. پس حداکثر مقدار a برابر با صفر است زیرا اگر $a>0$ باشد در ضابطهٔ $-2x-1$ قرار می گیرد که نزولی اکید است

-۵ تابع در هیچ بازه‌ای صعودی اکید نیست زیرا مبنای لگاریتم $\frac{1}{2}$ است و توابع لگاریتمی به فرم $\log_b^a$ که در آن $0<b<1$ باشد به فرم روبه‌رو هستند.  که نزولی اکید است.

-۶

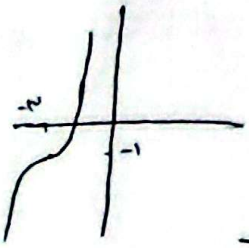
الف) برای اینکه تابع صعودی اکید باشد و چون فرم تابع نمایی است پس باید $a^2-3>1$

$a^2-3>1 \to a^2-4>0 \to (a-2)(a+2)>0 \to \begin{array}{ccccc} & -2 & & 2 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \to \mathbb{R}-[-2,2]$

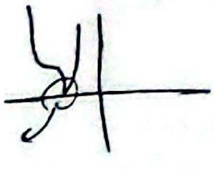
ب) برای اینکه تابع صعودی باشد، علاوه بر جواب بالا، a^2-3 می تواند برابر با صفر یا یک باشد.

$a^2-3=1 \to \boxed{a=\pm 2}$
$a^2-3=0 \to \boxed{a=\pm\sqrt{3}}$ $\xrightarrow[\text{با الف}]{\text{اجتماع}} \mathbb{R}-(-2,2)\cup\{\sqrt{3},-\sqrt{3}\}$

-۷ ضریب x^3، یک است. پس شکل تابع مثل زیر است:
یعنی تابع انتقال یافته



$f(x)=(x+3)^3-1 \to f(x)=x^3+\underset{a}{9}x^2+\underset{b}{27}x+\underset{c}{26}$

$\to y=|f(x)|$: 

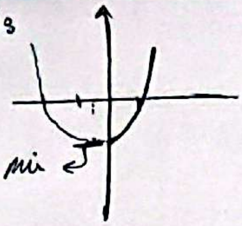
$\boxed{x=-2} \leftarrow f(x)=0$

$K=-2$

کاملا رحیمی

۸-

$f(x)=x+\sqrt{x}-2 \xrightarrow{\sqrt{x}=a} f(x)=a^2+a-2 \xrightarrow{\boxed{a\geq 0}}$



که min تابع در نقطه‌ی $x=-\frac{1}{2}$ بوده پس تابع که دامنه‌ی آن $[0,+\infty)$ است

دارد اکیدا صعودی است

$f(x)$ اکیدا صعودی $\to f\circ f(x)\leq f(\sqrt{x}) \to \sqrt{x}\geq f(x) \to \sqrt{x}\geq x+\sqrt{x}-2 \to x-2\leq 0 \to \boxed{x\leq 2}$ (1)

$\longrightarrow D_f=[0,+\infty)$ (2) $\xrightarrow{(1)\cap(2)}$ x های صحیح $=0,1,2$

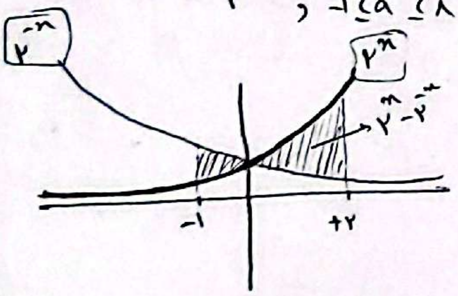
۳ ج

۹-

$f(x)=2^{\sqrt[3]{9\cos^2 x-1}}-2^{\sqrt[3]{1-9\cos^2 x}} \to \boxed{9\cos^2 x-1=a}$

$0\leq \cos^2 x\leq 1 \to 0\leq 9\cos^2 x\leq 9 \to \underline{-1\leq 9\cos^2 x-1\leq 8}$ *

$f(x)=2^{\sqrt[3]{a}}-2^{\sqrt[3]{-a}}\ ;\ -1\leq a\leq 8 \Longrightarrow \boxed{f(x)=2^x-2^{-x}\ ,\ D_f=[-1,2]}$



$f(2)=2^2-2^{-2}=4-\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$

$f(-1)=\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{2}$

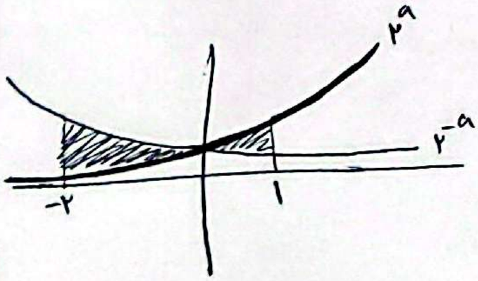
$R_f=[\underbrace{-\frac{3}{2}}_{a},\underbrace{\frac{15}{4}}_{b}]$

$\to b-a=\frac{21}{4}$

۱۰-

$f(x)=x-[x+2]=\underbrace{x-[x]}_{[0,1)}-2 \to$ $-2\leq a-2<1 \to \boxed{-2\leq f(x)<1}$

$g(x)=\frac{2^x-2^{-x}}{2} \xrightarrow{f(x)=a} g\circ f(x)=\frac{2^a-2^{-a}}{2}\ ;\ -2\leq a<1$



$2g(1)=\frac{2-\frac{1}{2}}{2}=\frac{3}{4} \to \boxed{g(1)=\frac{3}{8}}$

$2g(-2)=\frac{\frac{1}{4}-4}{2}=\frac{-15}{8} \to \boxed{g(-2)=\frac{-15}{16}}$

$R_{g\circ f}=[\frac{-15}{16},\frac{3}{8})$

کامران رحیمی