

$$x+2=t \Rightarrow t-2 \leq x \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x-1 & x \geq 3 \\ x-9 & x < 3 \end{cases} \quad \text{آبداً صعودی}$$

$$f(3x) \geq f(x+1) \Rightarrow 3-x \geq x+1 \Rightarrow 2x \leq 2 \Rightarrow x \leq 1$$

۱

۲

$$f(x) \rightarrow \text{صعودی آبداً} \Rightarrow f(f(x)) < f(x^3) \Rightarrow f(x) < x^3$$

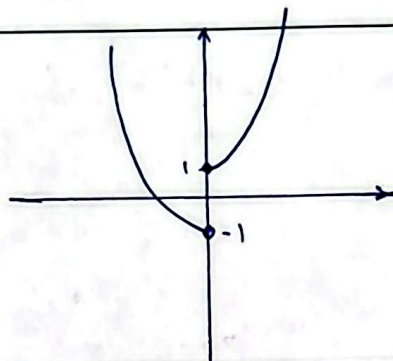
$$(x^3+x)^3 < x^3$$

$$x^3+x < x \Rightarrow x^3 < 0 \Rightarrow x < 0$$

۲

۲

$$f(x) = \begin{cases} x^3+1 & x \geq 0 \\ -(x^3+1) & x < 0 \end{cases}$$



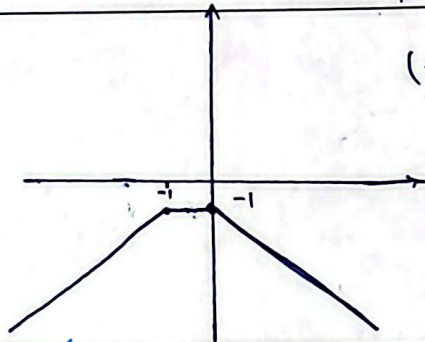
غیر یکنوا

۳

۲

$(-\infty, 0)$ → آبداً نزولی
 $[0, +\infty)$ → آبداً صعودی

$$f(x) = \begin{cases} -2x-1 & x \geq 0 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ 2x+1 & x < -1 \end{cases}$$



$(-\infty, -1)$ → صعودی

۴

۲

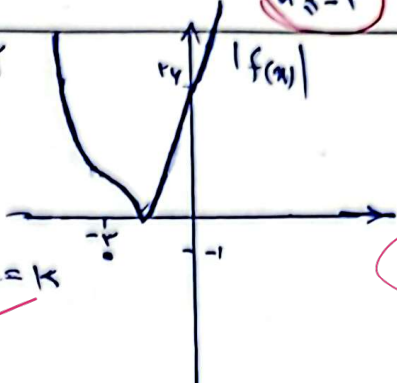
تابع $f(x) = \log \frac{1}{x}$ و $f(x) = \log \frac{1}{x}$ آبداً نزولی و تابع $g(x) = x^2 - 2x - 1$ هم باید آبداً نزولی باشد. قریب این دو تابع را باید

$$x^2 - 2x - 1 \rightarrow x \leq 1 \rightarrow \text{نزولی}$$

$$D_{f \circ g} \rightarrow x^2 - 2x - 1 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -2$$

$$x < -2$$

۵

$f(0) = 1, f(1) = a^2 - 3 \Rightarrow f(1) > f(0) \Rightarrow a^2 - 3 > 1 \Rightarrow a^2 > 4$ (الف)	1,0
$f(0) = 1, f(1) = a^2 - 3 \Rightarrow f(1) \geq f(0) \Rightarrow a^2 - 3 \geq 1 \Rightarrow a^2 \geq 4$ $\Leftrightarrow a^2 - 3 \geq 0 \rightarrow a = \pm \sqrt{3}$ (ب)	6
$f(x) = (x+2)^3 - 1$ از فاصله چپین باشد در نقطه $\frac{1}{3}$ بر موازات محور x مواز باشد  $(x+2)^3 - 1 = 0 \Rightarrow (x+2)^3 = 1 \Rightarrow x+2 = 1 \Rightarrow x = -1$	7
$f(f(x)) \leq f(\sqrt{x})$ $f(x) \leq \sqrt{x} \Rightarrow x - 2 \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$ (1) $\sqrt{x} \rightarrow x \geq 0$ (2) $D \neq \emptyset \rightarrow f(x) \in Df \rightarrow x + \sqrt{x} - 2 \geq 0 \rightarrow (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1) \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ (3) $1 \wedge 2 \wedge 3 \rightarrow 1 \leq x \leq 2$	8
$0 \leq \cos^2 x \leq 1 \rightarrow -1 \leq \sqrt{1 - \cos^2 x} - 1 \leq 1 \rightarrow -1 \leq \sqrt{1 - \cos^2 x} \leq 2 \rightarrow$ صدوی $\rightarrow -2 \leq \sqrt{1 - \cos^2 x} \leq 1 \rightarrow$ نزدیکی $\rightarrow \int \frac{1}{x^2 - 2} = -\frac{1}{x-2} \rightarrow [-\frac{1}{2}, \frac{10}{2}]$ $\int \frac{1}{x^2 - 2} = \frac{10}{2}$ $b - a = \frac{1}{2}$	9
$g \circ f(x) = \frac{r^{x - [x] - 2} - r^{[x] - x + 2}}{r}$ $1 < [x] - x + 2 \leq 2$ $r < r^{[x] - x + 2} \leq r^2$ $-1 > -\frac{r^{[x] - x + 2}}{r} \geq -r$ $-2 \leq x - [x] - 2 < -1$ $\frac{1}{r} \leq r^{x - [x] - 2} < \frac{1}{r}$ $\frac{1}{r} \leq \frac{r^{x - [x] - 2}}{r} < \frac{1}{r}$	10

$$0 \leq x - [x] < 1 \rightarrow -2 \leq x - [x] - 2 < -1 \rightarrow Rf = [-2, -1)$$

$$\int \frac{r^{-x} - r^x}{r} = -\frac{10}{r} \rightarrow Rg \circ f(x) = [-\frac{10}{r}, -\frac{r}{2})$$

$$\int \frac{r^{-1} - r^1}{r} = -\frac{r}{r}$$

سوال 10