۱۷

نوید امینی - تکلیف ۹

①

$f(x+۲) \to$ اکیدا صعودی $\to f(x)$ اکیدا صعودی

$f(۳-x) \geq f(x+۱)$

$۳-x \geq x+۱ \to ۲x \leq ۲ \to \boxed{x \leq ۱}$ ✓

۲

---

②

$g(x)=x^۳+x$ $\quad g'(x)=۳x^۲+۱>۰ \to$ اکیدا صعودی

$h(x)=x^۳ \to hog(x)=(x^۳+x)^۳$

اکیدا صعودی — اکیدا صعودی — اکیدا صعودی

$(+)\times(+)=(+)$

۲

$fof(x)<f(x^۳) \to f(x)<x^۳ \to x^۳>(x^۳+x)^۳$

$x^۳>x^۳(x^۲+۱)^۳$

$x>۰ \to (x^۲+۱)^۳<۰$ جواب ندارد

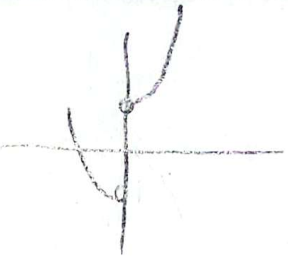
$x<۰ \to (x^۲+۱)^۳>۰$ همواره درست $\to D_f=(-\infty$ و $۰)$ ✓

---

③

$x>۰ \to x^۳+۱$

$x<۰ \to -x^۳-۱$



ناپیوسته

✓ ۲

---

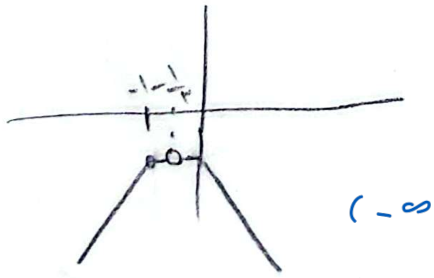
④

-۱		۰	
$-x+۲x+۱$ ۱	$-x-x-۱$ $-۲x-۱=۰$ $x=-\frac{۱}{۲}$		$x-x-۱$ -۱

$$f(x)=\begin{cases} ۲x+۱ & x\leq-۱ \\ -۱ & -۱\leq x\leq۰ \\ -۲x-۱ & x\geq۰ \end{cases}$$

$x\neq-\frac{۱}{۲}$

۱,۷۵



$\boxed{a<۰}$

$a=\cancel{-\frac{۱}{۲}}$

ثابت $[-۱$ و $۰]$

$(-\infty$ و $-۱]$ صعودی اکید ← $(-\infty$ و $۰]$

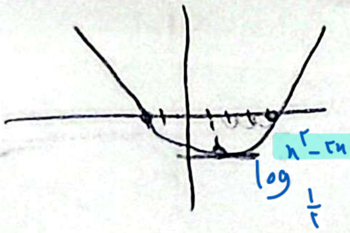
صعودی است

⑤

۰/۷۵

$f(x) = x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2)$

$g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x \longrightarrow g \circ f(x) = y$



$x^2 - 2x - 8$

$\log_{\frac{1}{2}}$

$x_S = 1$

$x^2 - 2x - 8 > 0 \begin{cases} x > 4 \\ x < -2 \end{cases}$

$0 < x \leqslant 1 \to f(x) \to$ اکیداً نزولی $\quad g \circ f \to$ اکیداً صعودی

$g(x) \to$ اکیداً نزولی

$x \geqslant 1 \quad f(x) \to$ اکیداً صعودی $\quad g \circ f(x) \to$ اکیداً نزولی

$g(x) \to$ اکیداً نزولی

$\to 0 < x \leqslant 1 \to$ اکیداً صعودی

$x < -2$

g(x) در بازه‌ی $(-\infty, 1]$ اکیداً نزولی است

---

⑥

۲

الف) اکیداً صعودی ← ثابت نباشد ← $a^2 - 3 > 1$

$a^2 > 4 \to |a| > 2 \to a > +2$

یا $a < -2$

ب) صعودی ← ثابت می‌تواند باشد ←

$a^2 - 3 = 0 \to a = \pm\sqrt{3}$

$a \in (2, +\infty) \cup (-\infty, -2) \cup \{\pm\sqrt{3}\}$

---

⑦ چون فقط یکبار شیب خط‌های بر f(x) موازی محور x ها شده ← f'(x) یک ریشه دارد و ۳- است

۲

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$\Delta = 4a^2 - 4(3)(b) = 0 \to a^2 = 3b$

$f'(-3) = 0 \quad 27 - 6a + b = 0 \to b = 6a - 27$

$\to a^2 - 3(6a - 27) = 0$

$a^2 - 18a + 81 = 0$

$(a-9)^2 = 0 \to a = 9 \;,\; b = 27$

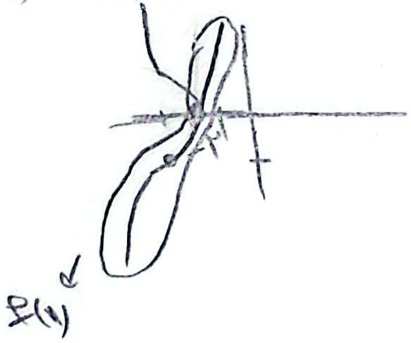
$f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + c \xrightarrow{(-3,-1)}$

$-\cancel{27} + \cancel{81} - 81 + c = -1 \to c = 80$

$f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + 80 + 1 - 1$

$(x+3)^3 - 1$

$|f(x)|$



$\cancel{x \geqslant -2}$

(۸)

$f(x) = x + \sqrt{x} - ۲$ → $f(x)$ اکیدا صعودی

اکیدا صعودی اکیدا صعودی

صعودی

$\cancel{f} \circ f(x) \leq \cancel{f}(\sqrt{x})$ (۱/۲۵)

$f(x) \leq \sqrt{x}$

$x + \cancel{\sqrt{x}} - ۲ \leq \cancel{\sqrt{x}}$

$\boxed{x \leq ۲}$

و $x \geq ۰$

که زیر رادیکال امنه

$۰ \leq x \leq ۲$

۳ عدد صحیح

۱

$D_{f \circ f} \to f(x) \in D_f \to x + \sqrt{x} - ۲ \geq ۰$

$(\sqrt{x} + ۲)(\sqrt{x} - ۱) \geq ۰ \to x \geq ۱$

$D_{f \circ f} = \boxed{۱ \leq x \leq ۲}$

---

(۹)

$\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} = t$

$\max t = ۲$

$\min t = -۱$

$۲^{t} - ۲^{-t}$

$g(x)$ $h(x)$

$R_f = [\min g(x) - \max(h(x)) \,و\, \max g(x) - \min(h(x))]$

$[\frac{۱}{۲} - ۲ \,و\, ۴ - \frac{۱}{۴}]$ (۲)

$[-\frac{۳}{۲} \,و\, \frac{۱۵}{۴}]$

$\frac{۱۵}{۴} + \frac{۳}{۲} = \frac{۱۵ + ۶}{۴}$

$\frac{۲۱}{۴}$

$۲^{t} \to$ اکیدا صعودی

$-۲^{-t} \to$ اکیدا صعودی

$\to ۲^{t} - ۲^{-t}$ اکیدا صعودی

---

(۱۰) (۱/۲۵)

$f(x) = x - [x] \cancel{+۲}$ -۲ $R_f = [۲ \,و\, ۳)$

$g(x) = \frac{۲^{x} - ۲^{-x}}{۲}$

$R_{g \circ f} = [\frac{۲^۲ - ۲^{-۲}}{۲} \,و\, \frac{۲^۳ - ۲^{-۳}}{۲}]$

$[\frac{۱۵}{۸} \,و\, \frac{۶۳}{۱۶}]$

$۲^{x} \to$ اکیدا صعودی

$-۲^{-x} \to$ اکیدا صعودی

$\to ۲^{x} - ۲^{-x} \to$ اکیدا صعودی

$۰ \leq x - [x] < ۱$

$f(x) = x - [x] - ۲ \longrightarrow R_f = [-۲, -۱)$

$\frac{۲^{-۲} - ۲^{۲}}{۲} = -\frac{۱۵}{۸}$

$\frac{۲^{-۱} - ۲^{۱}}{۲} = -\frac{۳}{۴}$

$[-\frac{۱۵}{۸}, -\frac{۳}{۴})$

$R_{g \circ f}$

نوید امینی