

۲. افین ضعیف مرتب نوشتن!

یازدهم دفتره A ۱۴/۵/۵۰

«به نام خدا»

پریا مل محبتی

۱. ریشه های معادلات در جدول زیر به روش ادسی بنویسید.

الف) $4x^2 - 5x - 9 = 0 \xrightarrow{ac} x^2 - 5x - 29 = 0 \rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \rightarrow x = 9, -4$
 $\xrightarrow{-4} x = \frac{3}{2}, \frac{-1}{3}$

ب) $3x^2 - 11x - 3 = 0 \xrightarrow{ac} x^2 - 11x - 9 = 0 \rightarrow (x-9)(x+1) = 0 \rightarrow x = 9, -1$
 $\xrightarrow{-1} x = \frac{3}{2}, \frac{-1}{3}$

ریشه های معادلات دوم، نه معادله اصلی

ج) $4x^2 - 4x - 3 = 0 \xrightarrow{ac} x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \rightarrow x = 6, -2$
 $\xrightarrow{-2} x = \frac{3}{2}, \frac{-1}{3}$

د) $2x^2 - 5x - 12 = 0 \xrightarrow{ac} x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \rightarrow x = 8, -3$
 $\xrightarrow{-3} x = \frac{3}{2}, \frac{-1}{3}$

۲. ریشه های معادلات زیر را در صورت وجود، به روش دکخواه بنویسید.

الف) $x^2 - 5x - 14 = 0 \rightarrow (x-7)(x+2) = 0 \rightarrow x = 7, -2$

ب) $2x^2 + 5x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{-5 \pm 1}{4} \rightarrow x = \frac{-3}{2}, -1$

ج) $x^2 + 2x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 4 - 12 < 0 \rightarrow$ ریشه حقیقی ندارد

د) $3x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 24}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{6}$

۳. اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 3\}$ آن ۶ حاصل عبارت $A \times B - B^2$ را بنویسید. ($B^2 = B \times B$)

$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
 $B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} \rightarrow A \times B - B^2 = \{(1, 2), (1, 3)\}$

۴. تعداد m را طوری تعیین کنید که مجموعه های زیر تابع باشند.

الف) $f(x) = \{(x, m^2), (x, 1), (-x, m), (-x, m), (x, m+2), (m, 4)\}$
 تابع $\rightarrow$ if $m = -1 \rightarrow (x, 1), (x, 4) \times$ / if $m = 2 \rightarrow (x, 1), (x, 4) \times$

$m^2 = m + 2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \rightarrow m = \{-1, 2\}$

$$g(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (m, 4), (3, m+2), (-2, m), (-1, 3)\}$$

$$m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \rightarrow m = -1, 2$$

$$\rightarrow \text{if } m = -1 \rightarrow (-1, 4), (-1, 3) \times / \text{if } m = 2 \rightarrow (2, 1), (2, 4) \times \rightarrow m \text{ مقدار}$$

۵) برای این چه مقدار یا مقدارهای a رابطه یک تابع است؟

$$f(x) = \{(1, a^2), (1, 3a-2), (a^2, 3a+2)\} \quad a^2 = 3a-2 \rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \rightarrow$$

$$(a-2)(a-1) = 0 \rightarrow a = 1, 2 \rightarrow \text{if } a = 1 \rightarrow (1, 1), (1, 1), (1, 5) \times$$

$$\rightarrow \text{if } a = 2 \rightarrow (1, 4), (1, 4), (4, 8) \checkmark \rightarrow \boxed{a=2}$$

۶) اگر فاصله قابل یک تابع باشد، رابطه $a \times b$ بیاید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \leq 1 \\ ax + b & ; 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 & ; x > 2 \end{cases}$$

$$\text{if } x = 1 \rightarrow 1 - 1 = a + b \rightarrow a = -b$$

$$\text{if } x = 2 \rightarrow 2a + b = 1 \rightarrow 2a - a = 1 \rightarrow$$

$$a = 1 \rightarrow b = -1 \rightarrow a \times b = (1) \times (-1) = \boxed{-1}$$

۷) برای این کدام مقدار k ، رابطه قابل یک تابع است؟

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x > k \\ 4 - 3x & x \leq k \end{cases} \quad \text{if } x = k \rightarrow 2k - 3 = 4 - 3k \rightarrow 5k = 7$$

$$\rightarrow k = \boxed{1.4}$$

۸) تابع بودن هر یک از روابط زیر را بررسی کنید.

$$\text{الف) } y^2 - 4y = x^2 - 4x + 3 \rightarrow \text{if } x = 1 \rightarrow y(y - 4) = 0 \rightarrow y = 0 \text{ یا } 4$$

(با مثال نقض) $\times$ تابع نیست

$$\text{ب) } |x| + |y| = 3 \rightarrow \text{if } x = 0 \rightarrow |y| = 3 \rightarrow y = \pm 3 \rightarrow \times \text{ تابع نیست}$$

$$\text{ج) } |y| = \sqrt{1 - \cos x} \rightarrow \text{if } x = 0 \rightarrow y = \pm 1 \rightarrow \times \text{ تابع نیست}$$

$$\text{د) } y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow y^2 + (x+1)^2 = 0 \rightarrow (-1, 0) \text{ یک نقطه} \rightarrow \times \text{ تابع نیست}$$

۹) تابع بودن هر یک از روابط زیر را به کمک تعریف ریاضی بررسی کنید.

$$\text{الف) } \sqrt[3]{y} + x^2 = 2x - 2 \rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{y_1} = -x^2 + 2x - 2 \\ \sqrt[3]{y_2} = -x^2 + 2x - 2 \end{cases} \rightarrow \sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2} \rightarrow y_1 = y_2 \text{ تابع هست.} \quad \text{پ}$$

$$\text{ب) } y^3 + 2y = 5x \rightarrow \begin{cases} y_1^3 + 2y_1 = 5x \\ y_2^3 + 2y_2 = 5x \end{cases} \rightarrow y_1^3 + 2y_1 = y_2^3 + 2y_2 \rightarrow *$$

$$* \quad y_1^3 - y_2^3 + 2(y_1 - y_2) = 0 \rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2) + 2(y_1 - y_2) = 0 \rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 + 2) = 0 \rightarrow y_1 = y_2 \text{ تابع هست.} \quad \text{پ}$$

$$\downarrow \quad y_1 = y_2 \quad \rightarrow \Delta = y_2^2 - 4(y_2^2 + 2) = -3y_2^2 - 8 < 0 \rightarrow \text{عبارت دوم هیچگاه صفر نیست.}$$

۱. تابع بودن را با پذیرش تابع بودنش دلخواه بررسی کنید.

$$\text{الف) } x \sin y = y \sin x \rightarrow \text{if } x = 0 \rightarrow y \in \mathbb{R} \rightarrow \text{تابع نیست.} \quad \text{مثال نقض:}$$

$$\text{ب) } \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \rightarrow \text{جمع دو عدد معکوس هم، ۲} \rightarrow \sqrt{\frac{x}{y}} = 1 = \sqrt{\frac{y}{x}} \rightarrow x = y \text{ تابع هست.} \quad \text{پ}$$

شروط $x \neq 0$ و $y \neq 0$ را فراموش نکن!

(۱۰-ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$

این عبارت تنها زمانی برقرار است که $\sqrt{\frac{x}{y}} = 1$ باشد پس

$\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \leadsto \frac{x}{y} = 1 \leadsto x = y$ و $(x, y \neq 0)$

