

نام و نام خانوادگی دانا ایزدیان پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره کلاس پایه دهم ریاضی A

۲۰. اثبات علی بن نرسی

$$f(x) = \sqrt{(a-x)x^2 + ax + b}$$

$$D_f = [3, +\infty)$$

دانش به صورتی که داریم $(a-x)x^2 + ax + b \geq 0 \rightarrow$ خط است. این یک معادله درجه ۳ است و به صورت $(a-x)x^2 + ax + b = 0$ داریم. باید ببینیم که آیا این معادله ریشه دارد یا نه.

$$(a-x)x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow$$

$$a-x=0$$

$$a=x$$

جایگذاری

$$x^2 + b \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{b}{2}$$

$$b = -4$$

۱

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2 - x^2}$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

وقتی عبارت به ازای هر عدد حقیقی x به قدری مثبت و ضریب x^2 به قدری مثبت است که $\Delta \leq 0$ و یا $\Delta \leq 0$ است و در مجموع $\Delta \leq 0$ است عبارت را می توانیم بنویسیم.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(1-1)$$

$$\Delta = 4 - 4(1-1) = 4 - 4(0) = 4 - 0 = 4$$

$$\Delta \leq 0$$

$$m^2 - 1 \leq 0$$

$$-1 \leq m \leq 1$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

$$m^2 - 1 = 0$$

۲

$$f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{[x] + [-x] + 1}$$

$$D_f = [-2, 2]$$

$$x \in \mathbb{Z} \rightarrow -2, -1, 0, 1, 2$$

$$x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow x \leq -2 \text{ یا } x \geq 2$$

$$\begin{cases} [x] + [-x] = 0 & x \in \mathbb{Z} \\ [x] + [-x] = -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in [-2, 2]$$

۳

$$y = \sqrt{x^2 + 2x^2}$$

$$x^2 + 2x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0$$

$$D_f = [-2, +\infty)$$

$$y = \sqrt{\frac{(x^2-1)(x^2-3x^2)}{x^2-1}} \rightarrow \frac{(x^2-1)(x^2-3x^2)}{x^2-1} \geq 0$$

$$x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1$$

$$x^2 - 3x^2 \geq 0 \rightarrow x^2(1-3) \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 0 \rightarrow x = 0$$

$$x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow (x-1)(x+1) \geq 0 \rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1$$

$$\frac{-1}{+} \frac{0}{-} \frac{1}{+} \frac{3}{+}$$

$$D_f = (-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [1, +\infty)$$

۴

$$y = \sqrt{|x-2| - 3}$$

$$|x-2| - 3 \geq 0$$

$$|x-2| \geq 3$$

$$x-2 \geq 3 \rightarrow x \geq 5$$

$$x-2 \leq -3 \rightarrow x \leq -1$$

$$D_f = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$$

$$y = \sqrt{4 - |x-2|}$$

$$4 - |x-2| \geq 0$$

$$|x-2| \leq 4$$

$$-4 \leq x-2 \leq 4$$

$$-2 \leq x \leq 6$$

$$-2 \leq x \leq 6$$

$$-2 \leq x \leq 6$$

$$-2 \leq x \leq 6$$

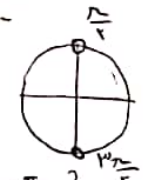
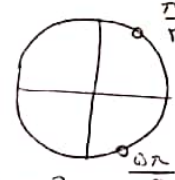
$$-2 \leq x \leq 6$$

$$-2 \leq x \leq 6$$

$$-2 \leq x \leq 6$$

$$-2 \leq x \leq 6$$

۵

الف) $y = \sqrt{1-n n }$ $1-n n \geq 0$ $n n \leq 1$ $n \geq 0 \rightarrow n^2 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq n \leq 1$ ① $n < 0 \rightarrow -n^2 \leq 1 \Rightarrow n^2 > -1$ ② ① $\cup$ ② $= n \leq 1$ $D_f = (-\infty, 1]$	ب) $\frac{1}{\sqrt{3- n-a }-1}$ شرط زیاده: $3- n-a > 0$ $3 > n-a \rightarrow -3 < n-a < 3$ $2 < n < 8$ ① شرط دیگر: $\sqrt{3- n-a }-1 \neq 0$ $\sqrt{3- n-a } \neq 1 \xrightarrow{\text{بهره}} \begin{cases} 3- n-a \neq 1 \\ n-a \neq 2 \end{cases}$ $\begin{cases} n-a \neq 2 \rightarrow n \neq 2+a \\ n-a \neq -2 \rightarrow n \neq a-2 \end{cases}$ ② $D_f = [2, 8] - \{2+a, a-2\}$	۶
الف) $y = \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x}$ $\cos x \neq 0$  $D_f = \mathbb{R} - \{x \mid x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\}$	ب) $y = \frac{\cos x}{2\cos x - 1}$ $2\cos x - 1 \neq 0$ $\cos x \neq \frac{1}{2}$  $D_f = \mathbb{R} - \{x \mid x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$	۷
الف) $y = \frac{x+2}{ x+1 - x+3 }$ $x+1 - x+3 \neq 0$ $x+1 \neq x+3 \rightarrow x \neq -2$ $x+1 ^2 - x+3 ^2 \neq 0$ $((x+1)-(x+3))((x+1)+(x+3)) \neq 0$ $(-2)(2x+4) \neq 0$ $x \neq -2, x \neq -\frac{4}{2}$ $D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{4}{2}, -2\}$	ب) $y = \sqrt{ x+1 - x+3 }$ $x+1 - x+3 \geq 0$ $x+1 \geq x+3 \xrightarrow{\text{بهره}} (x+1)^2 \geq (x+3)^2$ $(x+1)^2 - (x+3)^2 \geq 0$ $((x+1)-(x+3))((x+1)+(x+3)) \geq 0$ $(-2)(2x+4) \geq 0$ $-2(2x+4) \geq 0$ $-4x-8 \geq 0$ $-4x \geq 8$ $x \leq -2$ $D_f = (-\infty, -2] \cup \{x \mid x \geq -2\}$	۸
$f(x) = \sqrt{\log_{1/2}(\log_a(x-1))}$ $x-1 > 0$ $x > 1$ ① $\log_a(x-1) > 0 \rightarrow x-1 > 1$ $x > 2$ ② $\log_{1/2}(\log_a(x-1)) \geq 0$ $\log_a(x-1) \leq 1$ $x-1 \leq a$ $x \leq a+1$ ③ ① $\cap$ ② $\cap$ ③ $= (2, a+1]$ $D_f = (2, a+1]$	ب) $\sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}}$ شرط داخل رادیکال: $\frac{x-1}{x+1} \geq 0$ $x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$ $x+1 > 0 \rightarrow x > -1$ $x \geq 1$ ① شرط دیگر: $\log \frac{x-1}{x+1} \geq 0$ $\frac{x-1}{x+1} \geq 1$ $x-1 \geq x+1$ $-2 \geq 0$ (False) شرط دیگر: $\frac{x-1}{x+1} \leq 0$ $x-1 \leq 0 \rightarrow x \leq 1$ $x+1 > 0 \rightarrow x > -1$ $-1 < x \leq 1$ ② ① $\cap$ ② $= (-1, 1]$ $D_f = (-1, 1]$	۹
الف) $y = \log(2\cos x + 1)$ $2\cos x + 1 > 0$ $\cos x > -\frac{1}{2}$  $D_f = (2\pi - \frac{2\pi}{3}, 2\pi + \frac{2\pi}{3})$	ب) $\sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}}$ شرط داخل رادیکال: $\frac{x-1}{x+1} \geq 0$ $x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$ $x+1 > 0 \rightarrow x > -1$ $x \geq 1$ ① شرط دیگر: $\log \frac{x-1}{x+1} \geq 0$ $\frac{x-1}{x+1} \geq 1$ $x-1 \geq x+1$ $-2 \geq 0$ (False) شرط دیگر: $\frac{x-1}{x+1} \leq 0$ $x-1 \leq 0 \rightarrow x \leq 1$ $x+1 > 0 \rightarrow x > -1$ $-1 < x \leq 1$ ② ① $\cap$ ② $= (-1, 1]$ $D_f = (-1, 1]$	۱۰