

۱۸, ۲۵

برای اکل محمدی

«بیتام ضیا»

۱۴, ۹, ۱۴

۱) تابع $f(x) = \sqrt{(a-2)x^2 + ax + b}$ در بازه $[3, +\infty)$ تعریف می شود. مقدار b برای سبک شدن.

زیرادیکال، معادله خط با ریشه ۳ برده!

$$(a-2)x^2 + ax + b \geq 0 \rightarrow a=2 \rightarrow \frac{-b}{2} = 3 \rightarrow b = -6 \rightarrow b = -6$$

۲) اگر دایره تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2 - m^2}$ مجموعه اعداد حقیقی باشد، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار m کدام است؟

$$x^2 + 2x + 2 - m^2 \geq 0 \rightarrow \Delta \leq 0 \rightarrow 4 - 4(2 - m^2) \leq 0 \rightarrow 1 - (-4) = 5 \rightarrow m^2 \leq 1 \rightarrow -1 \leq m \leq 1$$

۳) چند عدد صحیح در دایره تابع $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{[x] + [-x] + 1}$ قرار دارد؟ عدد صحیح

$$4 - x^2 \geq 0 \rightarrow -2 \leq x \leq 2 \rightarrow [x] + [-x] + 1 \neq 0 \rightarrow [x] + [-x] \neq -1 \rightarrow x \in \mathbb{Z} \rightarrow x = \{0, \pm 1, \pm 2\}$$

۴) دایره توابع زیر را بدست آورید.

الف) $y = \sqrt{x^3 + 3x^2} \rightarrow x^3 + 3x^2 \geq 0 \rightarrow x^2(x+3) \geq 0 \rightarrow x \geq -3$
 $D_f = [-3, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{\frac{(x^2-1)(x^2-3x)}{x^3-1}} \rightarrow \frac{(x^2-1)x^2(x-3)}{x^3-1} \geq 0 \rightarrow x \geq 3$
 $D_f = (-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [3, +\infty)$

۵) دایره توابع زیر را بدست آورید.

الف) $y = \sqrt{|x-2| - 3} \rightarrow |x-2| - 3 \geq 0 \rightarrow |x-2| \geq 3 \rightarrow x-2 \geq 3 \vee x-2 \leq -3 \rightarrow x \geq 5 \vee x \leq -1 \rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{4 - |2-x|} \rightarrow 4 - |2-x| \geq 0 \rightarrow |2-x| \leq 4 \rightarrow -4 \leq 2-x \leq 4 \rightarrow -6 \leq -x \leq 2 \rightarrow -2 \leq x \leq 6 \rightarrow D_f = [-2, 6]$

4) دامنه توابع زیر را بدست آورید.

الف) $y = \sqrt{1 - x|x|} \rightarrow 1 - x|x| \geq 0 \rightarrow x|x| \leq 1$ if $x \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow 1 \geq x \geq 0$
 if $x < 0 \rightarrow -x^2 \leq 1 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow -1 \leq x < 0$
 $\star \text{ I} \cap \text{II} \rightarrow 0 \leq x \leq 1$
 $\star \cup \text{III} \rightarrow D_f = (-\infty, 1]$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{3 - |x-5|} - 1} \rightarrow 3 - |x-5| \geq 0 \rightarrow |x-5| \leq 3 \rightarrow 2 \leq x \leq 8$
 $\text{II} \rightarrow \sqrt{3 - |x-5|} - 1 \neq 0 \rightarrow 3 - |x-5| \neq 1 \rightarrow |x-5| \neq 2 \rightarrow x \neq 7, 3$
 $D_f = (2, 3) \cup (7, 8)$ دقت! $3-5 = -2$ 1, 7, 5

5) دامنه توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} \rightarrow \cos x \neq 0 \rightarrow x \neq \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$
 $D_f = \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$

ب) $y = \frac{\cos x}{2\cos x - 1} \rightarrow 2\cos x - 1 \neq 0 \rightarrow \cos x \neq \frac{1}{2}$
 $x \neq \{2k\pi \pm \frac{\pi}{3}\} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2k\pi \pm \frac{\pi}{3}\}$ 1

6) دامنه توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \frac{x+3}{|2x+1| - |x+3|} \rightarrow |2x+1| - |x+3| \neq 0 \rightarrow |2x+1| \neq |x+3|$
 $2x+1 \neq x+3, 2x+1 \neq -(x+3) \rightarrow x \neq 2, x \neq -\frac{4}{3} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{4}{3}, 2\}$

ب) $y = \sqrt{|2x+1| - |x+3|} \rightarrow |2x+1| - |x+3| \geq 0 \rightarrow |2x+1| \geq |x+3|$
 $4x^2 + 4x + 1 \geq x^2 + 6x + 9 \rightarrow 3x^2 - 2x - 8 \geq 0 \rightarrow \frac{-(-2) \pm \sqrt{4 + 96}}{6} = \frac{2 \pm 10}{6} = \frac{12}{6}, -\frac{8}{6}$
 $D_f = (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [2, +\infty)$ 1

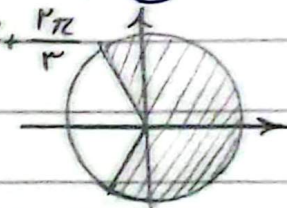
7) دامنه توابع $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{5}} \log_{\frac{1}{5}} (x-1)}$ را بیابید.
 I) $2x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{1}{2}$
 II) $\log_{\frac{1}{5}} (2x-1) \geq 0 \rightarrow 2x-1 \geq 1 \rightarrow x \geq 1$
 $(I) \cap (II) = (1, +\infty) = D_f$ 1

نکته: عبارت زیر را می‌توان باید ناخن گرفت!

$2x-1 \leq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{2} \rightarrow D_f = (1, \frac{1}{2}]$

۱. دایره تابع زیر را بیابید.

الف) $y = \log(2 \cos x + 1) \rightarrow 2 \cos x + 1 > 0 \rightarrow \cos x > -\frac{1}{2}$



$$D_f = \left(2k\pi - \frac{2\pi}{3}, 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \right)$$

ب) $y = \sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}} \rightarrow \frac{x-1}{x+1} > 0 \rightarrow$

$$D_f = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

کد عبارت نامتناهی است! $\log \frac{n+1}{n-1} \geq 0 \rightarrow \frac{n+1}{n-1} \geq 1 \rightarrow n > -1$

$$4- \text{ب}) \quad 3 - |n-5| \geq 0 \rightarrow |n-5| \leq 3 \rightarrow -3 \leq n-5 \leq 3 \rightarrow 2 \leq n \leq 8$$

$$\sqrt{3 - |n-5|} - 1 \neq 0 \rightarrow \sqrt{3 - |n-5|} \neq 1 \rightarrow 3 - |n-5| \neq 2 \rightarrow |n-5| \neq 2 \rightarrow n \neq 7, 3$$

$$Df = [2, 8] - \{3, 7\} = [2, 3) \cup (3, 7) \cup (7, 8]$$

$$9) \log_{1/5} \log_a^{n-1} \rightarrow n-1 > 0 \rightarrow n > 1$$

$$\log_a^{n-1} > 0 \rightarrow n-1 > 0 \rightarrow n-1 > 1 \rightarrow n > 2$$

$$\log_{1/5} \log_a^{n-1} \geq 0 \xrightarrow[\text{مستبعد!}]{\text{من باب عدم تناقض}} \log_a^{n-1} \leq (1/5) \rightarrow \log_a^{n-1} \leq 1 \rightarrow n-1 \leq 5 \rightarrow n \leq 6 \rightarrow n \leq 3$$

$$\hookrightarrow Df = (1, 3]$$

$$10- \text{ب}) \quad \frac{n-1}{n+1} > 0 \rightarrow n > 1 \leq n < -1$$

$$\log_{1/5} \frac{n+1}{n-1} \geq 0 \rightarrow \frac{n-1}{n+1} \geq (1/5) \rightarrow \frac{n-1}{n+1} \geq 1 \rightarrow \frac{n-1}{n+1} - 1 \geq 0 \rightarrow \frac{n-1-n-1}{n+1} \geq 0 \rightarrow \frac{-2}{n+1} \geq 0$$

$$n+1 < 0 \rightarrow n < -1 \rightarrow Df = (-\infty, -1)$$