

برای اکل محمدی

« بنام خدا »

۱۴، ۹، ۱۵

۱) تابع $f(x) = \sqrt{(a-2)x^2 + ax + b}$ در بازه $[3, +\infty)$ تعریف می شود. مقدار b های ممکن را بنویسید.

زیرادیکال، معادله خط با ریشه ۳ برده! $\rightarrow$

$$(a-2)x^2 + ax + b \geq 0 \rightarrow a=2 \rightarrow \frac{-b}{2} = 3 \rightarrow b = -6 \rightarrow b = -\frac{9}{m}$$

۲) اگر دایره تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2 - m^2}$ مجموعه اعداد حقیقی باشد، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار m کدام است؟

$$x^2 + 2x + 2 - m^2 \geq 0 \rightarrow \Delta \leq 0, a > 0 \rightarrow 4 - 4(2 - m^2) \leq 0 \rightarrow 1 - (-1) = 2$$

$$1 - (2 - m^2) \leq 0 \rightarrow m^2 - 1 \leq 0 \rightarrow -1 \leq m \leq 1 \rightarrow 1 - (-1) = 2$$

۳) چند عدد صحیح در دایره تابع $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{[x] + [-x] + 1}$ قرار دارد؟ عدد صحیح

$$4 - x^2 \geq 0 \rightarrow -2 \leq x \leq 2 \quad [x] + [-x] + 1 \neq 0 \rightarrow [x] + [-x] \neq -1 \rightarrow x \in \mathbb{Z}$$

$$x = \{0, \pm 1, \pm 2\}$$

۴) دایره توابع زیر را بدست آورید.

الف) $y = \sqrt{x^3 + 3x^2} \rightarrow x^3 + 3x^2 \geq 0 \rightarrow x^2(x+3) \geq 0 \rightarrow \begin{matrix} -3 & 0 & + \\ - & + & + \end{matrix}$

$$D_f = [-3, +\infty)$$

ب) $y = \sqrt{\frac{(x^2-1)(x^2-3x)}{x^3-1}} \rightarrow \frac{(x^2-1)x^2(x-3)}{x^3-1} \geq 0 \rightarrow \begin{matrix} -1 & 0 & 1 & 3 \\ + & - & - & + \end{matrix}$

$$D_f = (-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [3, +\infty)$$

۵) دایره توابع زیر را بدست آورید.

الف) $y = \sqrt{|x-2| - 3} \rightarrow |x-2| - 3 \geq 0 \rightarrow |x-2| \geq 3 \rightarrow x-2 \geq 3 \vee x-2 \leq -3 \rightarrow x \geq 5 \vee x \leq -1 \rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{4 - |2-x|} \rightarrow 4 - |2-x| \geq 0 \rightarrow |2-x| \leq 4 \rightarrow -4 \leq 2-x \leq 4 \rightarrow -6 \leq -x \leq 2 \rightarrow -2 \leq x \leq 6 \rightarrow D_f = [-2, 6]$

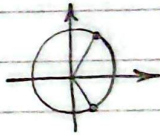
4) دامنهٔ توابع زیر را بدست آورید.

الف) $y = \sqrt{1 - |x|}$ $\rightarrow 1 - |x| \geq 0 \rightarrow |x| \leq 1$ $\xrightarrow{\text{if } x \geq 0} x^2 \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \leq 1$ $\xrightarrow{\text{if } x < 0} x^2 \leq 1 \rightarrow -1 \leq x < 0$
 $\star \text{ I} \cap \text{II} \rightarrow 0 \leq x \leq 1$
 $\star \text{ U} \rightarrow D_f = (-\infty, 1]$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{3 - |x - 2|} - 1}$ $\rightarrow 3 - |x - 2| \geq 0 \rightarrow |x - 2| \leq 3 \rightarrow -1 \leq x \leq 5$
 $\text{II} \sqrt{3 - |x - 2|} - 1 \neq 0 \rightarrow 3 - |x - 2| \neq 1 \rightarrow |x - 2| \neq 2 \rightarrow x \neq 4, 0$
 $D_f = (2, 4) \cup (0, 2]$

5) دامنهٔ توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x}$ $\rightarrow \cos x \neq 0 \rightarrow x \neq \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$
 $D_f = \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$

ب) $y = \frac{\cos x}{2\cos x - 1}$ $\rightarrow 2\cos x - 1 \neq 0 \rightarrow \cos x \neq \frac{1}{2}$ 
 $x \neq \{2k\pi \pm \frac{\pi}{3}\} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2k\pi \pm \frac{\pi}{3}\}$

6) دامنهٔ توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \frac{x+3}{|2x+1| - |x+3|}$ $\rightarrow |2x+1| - |x+3| \neq 0 \rightarrow |2x+1| \neq |x+3|$
 $2x+1 \neq x+3, 2x+1 \neq -(x+3) \rightarrow x \neq 2, x \neq -\frac{4}{3} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{4}{3}, 2\}$

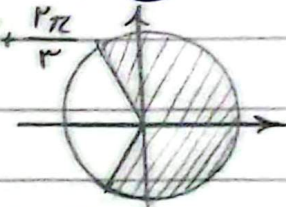
ب) $y = \sqrt{|2x+1| - |x+3|}$ $\rightarrow |2x+1| - |x+3| \geq 0 \rightarrow |2x+1| \geq |x+3|$
 $2x^2 + 4x + 1 \geq x^2 + 6x + 9 \rightarrow x^2 - 2x - 8 \geq 0 \rightarrow (x-4)(x+2) \geq 0$
 $D_f = (-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$

7) دامنهٔ تابع $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}} (x-1)}$ را بیابید.
 I) $2x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{1}{2}$
 II) $\log_{\frac{1}{2}} (x-1) \geq 0 \rightarrow 2x - 1 \geq 1 \rightarrow x \geq 1$
 $(I) \cap (II) = (1, +\infty) = D_f$

Date . . .

١. دائرة تابع زیر را بیابید.

$$\text{الف) } y = \log(r \cos x + 1) \rightarrow r \cos x + 1 > 0 \rightarrow \cos x > -\frac{1}{r}$$



$$D_f = \left(2k\pi - \frac{2\pi}{r}, 2k\pi + \frac{2\pi}{r}\right)$$

$$\text{ب) } y = \sqrt{\log \frac{x-1}{x+1}} \rightarrow \frac{x-1}{x+1} > 0 \rightarrow \begin{array}{c} -1 \quad 1 \\ \hline + \quad - \quad + \\ \varepsilon \quad \varepsilon \end{array} \quad D_f = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$