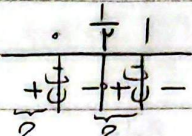


۱۴۰۵، ۹، ۲۱

«بنام خدا»

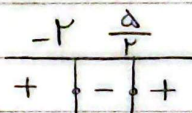
برای کل حتمی

۱) دایره تابع زیر را بدست آورید.

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1}} \rightarrow \frac{-2x+1}{x^2-x} \geq 0 \rightarrow$  $\rightarrow Df = (-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, 1]$

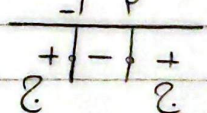
ب) $f(x) = \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2}} \rightarrow x \neq 0, x \neq -1, x \neq -2, x \neq 1$
 $\rightarrow \frac{2x+5}{x^2+x-2} \neq 0 \rightarrow x \neq -\frac{5}{2}$
 $Df = \mathbb{R} - \{-2, -1, -\frac{5}{2}, 1\}$

۲) دایره تابع زیر را بدست آورید.

الف) $f(x) = \sqrt{((\frac{1}{3})^x - 9)(32 - 4^x)} \rightarrow \frac{-2}{\frac{5}{3}} \rightarrow$ 
 $Df = (-\infty, -2] \cup [\frac{5}{3}, \infty)$

ب) $\sqrt{x-1} + \sqrt{y+1} = 3 \rightarrow \sqrt{x-1} \geq 0 \rightarrow x \geq 1$
 $\textcircled{1} \sqrt{y+1} = 3 - \sqrt{x-1} \rightarrow 3 - \sqrt{x-1} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x-1} \leq 3 \rightarrow x-1 \leq 9 \rightarrow x \leq 10$
 $x \leq 10 \rightarrow Df = [1, 10]$

۳) دایره تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$ را بدست آورید.

$x^2-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \vee x \leq -1$ / $x^2-x-2 \geq 0 \rightarrow (x-2)(x+1) \geq 0 \rightarrow$ 
 $Df = (-\infty, -1) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$

۴) اگر دایره تابع $f(x) = \sqrt{-x^2+ax+3}$ بازه $[-2, b]$ باشد، مقدار $a+b$ را بدست آورید.

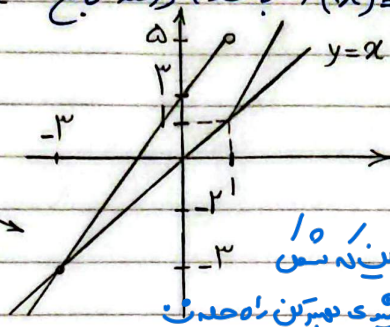
$-x^2+ax+3 \geq 0 \rightarrow \frac{-2}{-1} \leq \frac{b}{-1} \rightarrow -2 \leq b \rightarrow b = -2$
 $\rightarrow \frac{-2}{-1} \leq \frac{b}{-1} \rightarrow -2 \leq b \rightarrow b = -2$
 $\rightarrow b = \frac{3}{2} \rightarrow a+b = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1$

(۵) اگر $f(x) = \begin{cases} 3x-2 & ; x \geq 1 \\ 2x+3 & ; x < 1 \end{cases}$ باشد، رابطه تابع $g(x) = \sqrt{f(x)-x}$ کدام است؟

$$f(x) - x \geq 0 \rightarrow f(x) \geq x$$

$$2x+3 = x \rightarrow x = -3$$

حل نهایی $(-3, -2)$



$$D_f = [-3, +\infty)$$

(۶) اگر $f(x) = 2x^2 - 4x$ باشد، حاصل $f(\sin \frac{\pi}{3} + \cos 2\pi)$ کدام است؟

$$\sin \frac{\pi}{3} + \cos 2\pi = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{\sqrt{3}+2}{2} \rightarrow f\left(\frac{\sqrt{3}+2}{2}\right) = 2 \times \frac{(\sqrt{3}+2)^2}{4} - 4 \times \frac{\sqrt{3}+2}{2} =$$

$$\frac{\sqrt{3}+2}{2} + \frac{\sqrt{3}+2}{2} - 2\sqrt{3} - 4 = -\frac{1}{2}$$

(۷) اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ باشد، برای چه مقادیری از a ، جمله $f(f(a)) = a$ صحیح است؟

$$f\left(\frac{a+1}{a-1}\right) = \frac{\frac{a+1}{a-1} + 1}{\frac{a+1}{a-1} - 1} = a \rightarrow \frac{a+1+a-1}{a-1} = a \rightarrow \frac{2a}{a-1} = a \rightarrow a = a$$

۱) اگر $f(x) = x^2 - 4x$ ، $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ ، $f(g(a)) = -4$ باشد، a باید

$$f(\sqrt{a^2 - 1}) = a^2 - 1 - 4\sqrt{a^2 - 1} = -4 \rightarrow (\sqrt{a^2 - 1} - 2)^2 = 0 \rightarrow \sqrt{a^2 - 1} = 2 \rightarrow a = \pm \sqrt{5}$$

(۹) اگر $f(x+3) = x^2 - 5x + 6$ باشد حاصل $f(4) \times f(-3)$ را بنویسید.

$$\begin{aligned} x+3=4 \rightarrow x=1 \rightarrow f(4) &= 1^2 - 5 \times 1 + 6 = -4 \\ x+3=-3 \rightarrow x=-6 \rightarrow f(-3) &= (-6)^2 - 5 \times (-6) + 6 = 48 \end{aligned} \rightarrow f(4) \times f(-3) = -4 \times 48 = -192$$

(۱۰) اگر $f(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \tan^2 \alpha$ باشد، حقیقت « $f(2,5)$ » باید

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \rightarrow f(1) = \tan^2 \alpha \rightarrow 1 = \tan^2 \alpha \rightarrow \tan^2 \alpha = 1 \rightarrow \tan \alpha = \pm 1$$

$$\rightarrow -1 < \cos \alpha < 1 \rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$$