

۱۴.۵، ۱.۹، ۲۱

«بناخضه»

برای کل محتوی

۱) داخله تابع زیر را بدست آورید.

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1}} \rightarrow \frac{-2x+1}{x^2-x} \geq 0 \rightarrow$

$D_f = (-\infty, 0) \cup [1, \infty)$

ب) $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x} \rightarrow x \neq 0, x \neq -1, x \neq -2, x \neq 1$

$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \rightarrow \frac{x^2+x-2}{x^2+x-2} \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{-1}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{-2, -1, -\frac{1}{2}, 0, 1\}$

۲) داخله تابع زیر را بدست آورید.

الف) $f(x) = \sqrt{((\frac{1}{3})^x - 9)(32 - 4^x)} \rightarrow \frac{-2}{3} \leq \frac{\Delta}{4} \rightarrow$

$D_f = (-\infty, -2] \cup [5, +\infty)$

ب) $\sqrt{x-1} + \sqrt{y+1} = 3 \rightarrow \sqrt{x-1} \geq 0 \rightarrow x \geq 1$

$\sqrt{y+1} = 3 - \sqrt{x-1} \rightarrow 3 - \sqrt{x-1} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x-1} \leq 3 \rightarrow x-1 \leq 9$

$x \leq 10 \rightarrow D_f = [1, 10]$

۳) داخله تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$ را بدست آورید.

$x^2-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1$ / $x^2-x-2 \geq 0 \rightarrow (x-2)(x+1) \geq 0 \rightarrow$

$D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۴) اگر داخله تابع $f(x) = \sqrt{-x^2+ax+3}$ بازه $[-2, b]$ باشد، حاصل $a+b$ را بدست آورید.

$-x^2+ax+3 \geq 0 \rightarrow \frac{-2}{-1} \leq \frac{b}{-1} \rightarrow -2 \leq -b \rightarrow b \leq 2$

$-x^2 + \frac{1}{2}x + 3 = 0 \rightarrow (x+2)(-x+\frac{3}{2}) = 0$

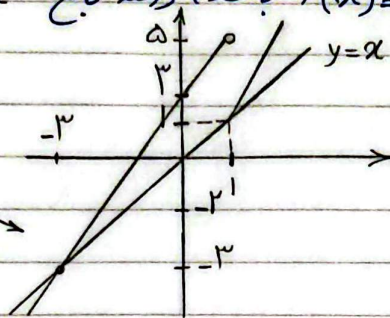
$\rightarrow b = \frac{3}{2} \rightarrow a+b = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1$

(۵) اگر $f(x) = \begin{cases} 3x-2 & ; x \geq 1 \\ 2x+3 & ; x < 1 \end{cases}$ باشد، تابع $g(x) = \sqrt{f(x)-x}$ کدام است؟

$$f(x) - x \geq 0 \rightarrow f(x) \geq x$$

$$2x+3 = x \rightarrow x = -3$$

نقطه‌ای $(-3, -3)$



$$D_f = [-3, +\infty)$$

(۶) اگر $f(x) = 2x^2 - 4x$ باشد، حاصل $f(\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3})$ کدام است؟

$$\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{\sqrt{3}+2}{2} \rightarrow f\left(\frac{\sqrt{3}+2}{2}\right) = 2 \times \frac{(\sqrt{3}+2)^2}{4} - 4 \times \frac{\sqrt{3}+2}{2} =$$

$$\frac{2}{1} \times \frac{3+4\sqrt{3}+4}{4} - 2(\sqrt{3}+2) = \frac{3+4\sqrt{3}+4}{2} - 2\sqrt{3}-4 = \frac{3+4\sqrt{3}+4-4\sqrt{3}-8}{2} = \frac{-1}{2}$$

(۷) اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ باشد، برای چه مقادیری از a ، جمله $f(f(a)) = a$ صحیح است؟

$$f\left(\frac{a+1}{a-1}\right) = \frac{\frac{a+1}{a-1} + 1}{\frac{a+1}{a-1} - 1} = a \rightarrow \frac{\frac{a+1+a-1}{a-1}}{\frac{a+1-a+1}{a-1}} = a \rightarrow \frac{2a}{2} = a \rightarrow a = a$$

۱) اگر $f(x) = x^2 - 4x$ ، $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ ، $f(g(a)) = -4$ باشد، a باید...

$$f(\sqrt{a^2-1}) = a^2 - 1 - 4\sqrt{a^2-1} = -4 \rightarrow (\sqrt{a^2-1} - 2)^2 = 0 \rightarrow \sqrt{a^2-1} = 2 \rightarrow a^2 - 1 = 4 \rightarrow a = \pm \sqrt{5}$$

(۹) اگر $f(x+3) = x^2 - 5x + 6$ باشد، حاصل $f(4) \times f(-3)$ کجاست؟

$$\left. \begin{aligned} x+3=4 \rightarrow x=1 \rightarrow f(4) &= 1^2 - 5 \times 1 + 6 = 2 \\ x+3=-3 \rightarrow x=-6 \rightarrow f(-3) &= 36 - 30 + 6 = 12 \end{aligned} \right\} \rightarrow f(4) \times f(-3) = 2 \times 12 = 24$$

(۱۰) اگر $f(\sqrt{3}\cos^2 x + \sin^2 x) = \tan^2 x$ باشد، حقیقت « $f(2,5)$ » باید...

$$\sqrt{3}\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow 1 \cdot \cos^2 x + 1 \cdot \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow (\cos x + \frac{1}{2})(\cos x - \frac{1}{2}) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \text{ یا } -\frac{1}{2} \rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \tan^2 x = 3$$

$$\rightarrow -1 < \cos x < 1 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{2}$$