

$$f(n) = \begin{cases} (a+1)(n+2) & n \geq 1 \\ 3a + 2n & n \leq 1 \end{cases}$$

$$2f(5) = f(-2) + a$$

$$2(a+1)(5+2) = 3a + 2(-2) + a$$

$$14a + 14 = 4a - 4$$

$$10a = -18 \Rightarrow a = -1.8$$

۱

$$f(n) = \sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}} + 2$$

$$f(1-\sqrt{3}) + f(1+\sqrt{3}) = ?$$

$$\sqrt{1-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{3}}} + 2 + \sqrt{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} + 2 \rightarrow \text{از اینجا به بعد به صورت مخرج مشترک در می آوریم}$$

$$\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{1-\sqrt{3}} + \sqrt{1-\sqrt{3}} + \sqrt{1+\sqrt{3}}}{\sqrt{1-\sqrt{3}}\sqrt{1+\sqrt{3}}} + \sqrt{1-\sqrt{3}} + \sqrt{1+\sqrt{3}} + 4$$

$$\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{1-\sqrt{3}}}{\sqrt{1-3}} + \sqrt{1-\sqrt{3}} + \sqrt{1+\sqrt{3}} + 4$$

$$2\sqrt{1-\sqrt{3}} + 2\sqrt{1+\sqrt{3}} + 4 = A$$

$$2(\sqrt{1-\sqrt{3}} + \sqrt{1+\sqrt{3}}) = A - 4 \xrightarrow{\text{مربع می کنیم}}$$

$$4(1 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{1-\sqrt{3}}\sqrt{1+\sqrt{3}}) = (A-4)^2$$

$$4 \times 3 = (A-4)^2$$

$$12 = (A-4)^2$$

$$\sqrt{12} = A-4$$

$$2\sqrt{3} + 4 = A$$

$$f(1-\sqrt{3}) + f(1+\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + 4$$

۲

$$2f(n) - 3f(-n) = 4n^2 - n \rightarrow \text{در این مرحله باید فرض کنیم که n یک عدد صحیح است}$$

$$2f(-n) - 3f(n) = 4n^2 + n$$

$$\begin{cases} (2f(n) - 3f(-n) = 4n^2 - n) \times 2 \\ (2f(-n) - 3f(n) = 4n^2 + n) \times 3 \end{cases} \rightarrow \text{با هم جمع می کنیم تا f(n) حذف شود}$$

$$-4f(n) = 2 \cdot n^2 + n$$

$$f(n) = -\frac{1}{2}n^2 - \frac{n}{4}$$

۳

$$(n+2)f(n) - 3nf(n+2) = 4n^2 \cdot nm + 3n - 1$$

$$n=0 \rightarrow 2f(0) = 3m - 1 \rightarrow f(0) = \frac{3m-1}{2}$$

$$n=-2 \rightarrow 4f(0) = 4(-2)^2 - m(-2) + 3m - 1$$

$$4f(0) = 16 + 2m$$

$$f(0) = \frac{16+2m}{4}$$

$$\frac{16+2m}{4} = \frac{3m-1}{2}$$

$$16 + 2m = 18m - 4$$

$$20 = 16m$$

$$m = \frac{5}{4}$$

$$f(0) = \frac{3m-1}{2} \rightarrow f(0) = \frac{3(\frac{5}{4})-1}{2} = \frac{7}{8}$$

۴

$$f(n) + f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{3n^2 - 12n + 3}{n}$$

$$f(n) = an + b$$

$$an + b + \frac{a}{n} + b = \frac{3n^2 - 12n + 3}{n} \rightarrow \text{از اینجا به بعد به صورت مخرج مشترک در می آوریم}$$

$$\frac{an^2 + a + bn^2 + bn}{n} = \frac{3n^2 - 12n + 3}{n} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -12 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$f(n) = 3n - 4$$

$$f(-1) + f(-\frac{1}{2}) = 4$$

$$f(-1) = -4$$

۵

$\begin{cases} f(n) = (n-1)\sqrt{1-n} \rightarrow Df = \frac{1-n}{n\sqrt{1-n}} \\ g(n) = -\sqrt{(1-n)^3} \rightarrow Dg = \frac{(1-n)^2}{1-n\sqrt{1-n}} \end{cases}$ $Df = Dg$ $n = -5$ $f(-5) = -4\sqrt{6}$ $g(-5) = -\sqrt{(-6)^3} = -4\sqrt{6}$	تابع های مشتق این امکان است که $1-n=1-n$ پس $1-n=1-n$ در نتیجه طبق $g(n)$ به دست ۶
$\begin{aligned} f(n) &= n\sqrt{n} & Df &= n\sqrt{n} \\ g(n) &= \sqrt{n^3} & Dg &= n^{\frac{3}{2}} \rightarrow n\sqrt{n} \end{aligned}$ $Df = Dg$ ✓ $g(n) = n\sqrt{n} \rightarrow$ چون $n\sqrt{n}$ است پس $n\sqrt{n}$ $g(n) = n\sqrt{n} = f(n)$	تابع های مشتق ۷
$\begin{aligned} f(n) &= [\sqrt{n} - \sqrt{n-1}] & Df &= n\sqrt{n} \\ g(n) &= \sqrt{n-1} & Dg &= \frac{n-1}{n\sqrt{n-1}} \rightarrow n\sqrt{n} \end{aligned}$ $Df = Dg$ $f(n) = [\sqrt{n}] - [\sqrt{n-1}] \Rightarrow 0 \rightarrow$ در اینجا به دست می آید فرض کنیم برای n عدد صحیح نامفروض است n به عبارتی $\sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ صحیح است بنابراین $f(n) = 0$ صحیح است	از اینجا به دست می آید اعداد صحیح نمی شود زیرا n را می توان طوری ساخت که $n-1$ صحیح و n صحیح $g(n) = 0$ $n = 5$ $f(5) = [\sqrt{5} - \sqrt{4}] = 0$ $g(5) = \sqrt{5-4} = 0$ ۸
$f = \{(1,2)(2,3)(3,1)(0,0)\}$ $g = \{(1,1)(2,3)(3,1)(0,0)(1,2)(2,1)\}$ الف) $\left(\frac{f+g}{f-g}\right)(1) = \frac{1+1}{1-1} = 3$ ب) $\left(\frac{f+g}{f-g}\right)(2) = \frac{2+3}{2-3} = \frac{5}{-1} = -5$ ج) $f(0) \cdot g(-1) = 0 \times 1 = 0$	۹
$f(n) = \{(2,1)(-1,2)(0,0)(-2,2)(3,-1)\}$ الف) $g(n) = f(n-1)$ $n-1=2 \rightarrow n=3$ $n-1=-1 \rightarrow n=0$ $n-1=0 \rightarrow n=1$ $n-1=-2 \rightarrow n=-1$ $n-1=3 \rightarrow n=4$ $g(n) = \{(1,1)(0,2)(\frac{1}{2},0)(-\frac{1}{2},2)(\frac{4}{3},-1)\}$	ب) $h(n) = f(n+1)$ $n+1=2 \rightarrow n=1$ $n+1=-1 \rightarrow n=-2$ $n+1=0 \rightarrow n=-1$ $n+1=-2 \rightarrow n=-3$ $n+1=3 \rightarrow n=2$ $h(n) = \{(0,0)(-3,-1)(2,-1)(1,1)(-2,1)\}$ ۱۰

۱۱) $n-1 = t$

$n = t+1$

$t = 2 \rightarrow n = 3$

$t = -1 \rightarrow n = 0$

$t = 0 \rightarrow n = 1$

$t = -2 \rightarrow n = -1$

$t = 3 \rightarrow n = 4$