

۲. آزمون عالی و کامل

۱۴.۵، ۰.۷، ۱.

« بنام خدا »

برای کل محنتی

۱) اگر $f(x) = \sqrt{x+4}\sqrt{x-4}$ و $g(x) = \sqrt{x-4}\sqrt{x-4}$ برای $x \geq 4$ داشته باشیم $f(x) + g(x) = a + b\sqrt{x+c}$ باشد، حاصل $\frac{a+b}{c}$ را بدست آورید.

$$f(x) = \sqrt{(x-4)+4}\sqrt{x-4} = \sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2} = \sqrt{x-4}+2$$

$$g(x) = \sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2} = |\sqrt{x-4}-2| \xrightarrow{x \geq 4} = \sqrt{x-4}-2$$

$$\sqrt{x-4}+2 + \sqrt{x-4}-2 = 2\sqrt{x-4} \rightarrow a=0, b=2, c=-4 \rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

۲) اگر $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4x+3}$ و $g(x) = \{(2,1), (1,0), (3,5), (0,4)\}$ باشد، حاصل $\frac{g}{f}$ را بدست آورید.

$$f(2) = \frac{4}{-1} = -4 / f(1) = \text{تن} / f(3) = \text{تن} / f(0) = \frac{2}{3} / \frac{g}{f}(x) = \{(2, \frac{1}{-4}), (0, \frac{4}{3})\}$$

۳) اگر $f(x) = \{(1,2), (3,-1), (5,2), (-1,-4)\}$ و $g(x) = \{(-2,3), (1,-1), (3,2), (-1,-4)\}$ باشد، حاصل عبارات خواسته شده را محاسبه کنید.

الف) $f(g) = \{(1,2), (3,-1), (5,2), (-1,-4)\}$

ب) $f(x^2) = \{(1,2), (-1,2), (\sqrt{3},-1), (-\sqrt{3},-1), (2,2), (-2,2)\}$

ج) $2g^2(x)+1 = \{(-2,19), (1,3), (3,9), (-1,1)\}$

د) $\frac{2f}{g}(x) = \{(1,-4), (3,-1)\}$

۴) اگر $h = f+g$ ، $g = \{(5,1), (3,3), (-2,6), (1,2)\}$ و $f(x) = \{(5,1), (3,1), (4,9), (-2,0)\}$ باشد، h را محاسبه کنید.

$h(x) = \{(2,5), (-2,9), (3,5)\}$ $D_h = \{2, -2, 3\}$

۵) اگر $f(x) = \frac{\sqrt{3x}-x}{x-2}$ و $g(x) = [x] + [-x]$ باشد، راجعه نتایج $(\frac{f}{g+1})(x)$ را محاسبه کنید.

$$3x \geq 0 \rightarrow x \geq 0 / \sqrt{3x}-x \geq 0 \rightarrow \sqrt{3x} \geq x \xrightarrow{x \geq 0} 3x \geq x^2 \rightarrow x^2-3x \leq 0$$

$$x-2 \neq 0 \rightarrow x \neq 2 \quad Rf = [0, 3] - \{2\}$$

$$g \neq -1 \rightarrow x \in \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow R\left(\frac{f}{g+1}\right) = \{0, 1, 3\}$$

$$\begin{array}{c} 3 \\ + | - | + \\ \hline 3 \end{array}$$

۶ اگر $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4}$ و $g(x) = \{(1,3), (2,2), (3,4), (5,1)\}$ باشد $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ را بیابید.

$f(1) = 0$ / $f(2) = \sqrt{2}$ / $f(3) = 0$ / $h(x) = \{(1,0), (2, \frac{\sqrt{2}}{2}), (3,0)\}$

۱۷ برد تابع زیر را به روش اصلی بدست آورید.

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1 - 1 \rightarrow y = (x-1)^3 + 1 \rightarrow x-1 = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow$
 $x = \sqrt[3]{y-1} + 1 \rightarrow y \in \mathbb{R} \rightarrow R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = \frac{1}{x^2 - 2x} \rightarrow yx^2 - 2yx - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4y}}{2y} \rightarrow y^2 + y \geq 0$
 $y(y+1) \geq 0 \rightarrow y \in (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$

۱۸ برد توابع زیر را با توجه به اینکه توابع درجه دوم هستند بدست آورید.

الف) $y = x^2 - 4x + 10 \rightarrow \min = 6 \rightarrow R_f = [6, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3 \rightarrow \max = 12 \rightarrow R_f = (-\infty, 12]$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3} \rightarrow \min = -1 \rightarrow R_f = [-1, +\infty)$

د) $y = \sqrt{-x^2 + 4x} \rightarrow \max = 2 \rightarrow R_f = [0, 2]$

۱۹ برد توابع زیر را بدست آورید.

الف) $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1 \rightarrow R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = x^3 - 4x^2 + 3x + 2 \rightarrow R_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \sqrt{x^3 - 6x^2 + 5x + 1} \rightarrow R_f = [0, +\infty)$

د) $y = (x^5 + (-4x^2) + 3x + 1)^2 \rightarrow R_f = [0, +\infty)$

۱۱۰ برد توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $y = \frac{2x+1}{x+1} \rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{2\}$