

اگر $A = \{1, 2, 3\}$ ، $B = \{2, 3\}$ ، مجموعه حاصل عبارت $A \times B - B^2$ را بنویسید.

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$B^2 = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$A \times B - B^2 \Rightarrow \{(1, 2), (1, 3)\}$$

مقدار m را طوری تعیین کنید که مجموعه های زیر تابع باشند:

الف) $f(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$

$$m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \text{ غلط} \\ m=-1 \checkmark \end{cases} \quad \boxed{m=-1}$$

ب) $g(x) = \{(3, m^2), (2, 1), (m, 4), (3, m+2), (-2, m), (-1, 3)\}$

$$m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \text{ غلط} \\ m=-1 \text{ غلط} \end{cases}$$

به ازای هیچ مقادیر m تابع کانسوز

اگر ضابطه های مقابل یک تابع باشد $ax+b$ را بنویسید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x < 1 \\ ax + b & , 1 \leq x < 2 \\ x^3 & , x \geq 2 \end{cases}$$

$$x^2 - 1 = ax + b \xrightarrow{x=1} 0 = a + b \quad \boxed{a=1} \rightarrow \boxed{b=-1}$$

$$x^3 = ax + b \xrightarrow{x=2} 8 = 2a + b$$

$$-1 = -a \rightarrow \boxed{a=1}$$

$$a \cdot b = 1 \cdot (-1) = -1 \quad \boxed{-1}$$

جواب

به ازای کدام مقدار k رابطه های مقابل یک تابع است.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , x \geq k \\ 4 - 3x & , x \leq k \end{cases}$$

$$2x - 3 = 4 - 3x \xrightarrow{x=k} 2k - 3 = 4 - 3k$$

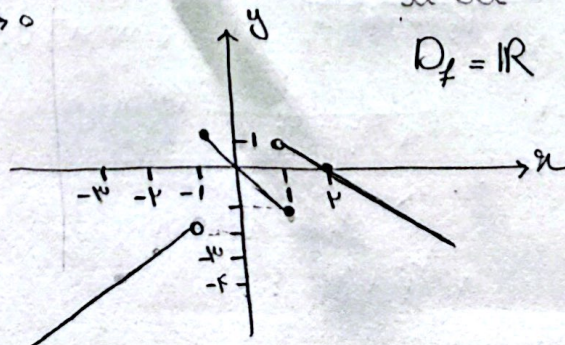
$$5k = 7 \rightarrow k = \frac{7}{5}$$

شکل تابع مقابل را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.

$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = (-\infty, 1]$$

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & , x > 1 \rightarrow x=1 \rightarrow 1 \\ -x & , -1 \leq x \leq 1 \rightarrow x=2 \rightarrow 0 \\ x-1 & , x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= -2 \rightarrow (-3) \\ x &= -3 \rightarrow -4 \\ x &= -1 \end{aligned}$$



معادله دیفرانسیل مرتبه اول
 الف) $xy'' + y' + 1 = 0 \Rightarrow xy'' = -y' - 1$
 $xy'' = -y' - 1 \Rightarrow \frac{y''}{y'} = \frac{-y' - 1}{y'} \Rightarrow \frac{d}{dx} \ln y' = \frac{-y' - 1}{y'}$
 $\Rightarrow \ln y' = -\ln y - x + C_1 \Rightarrow y' = \frac{C_2}{y} e^{-x}$
 $\Rightarrow y dy = C_2 e^{-x} dx \Rightarrow \frac{y^2}{2} = -C_2 e^{-x} + C_3$
 $y^2 = -2C_2 e^{-x} + 2C_3$
 تابع است

ب) $x^2 + xy' - 12x - 11y + 4 = 0$
 $\xrightarrow{x=1} 1 + y' - 12 - 11y + 4 = 0 \Rightarrow y' - 11y = 11$
 $\xrightarrow{y = \frac{11}{11}} y = 1$
 $x^2 - 12x + 1 + 4y' - 11y + 4 = 0$
 $\xrightarrow{(x-1)^2 + (y-1)^2 = 0}$
 تابع است

ج) $x \sin y = y \sin x \xrightarrow{x=110} \sin y = 0$
 $110 (\sin y) = y (\sin 110) \Rightarrow 110 \sin y = 0$
 $\sin y = 0$ دارد

د) $(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}})^2 = 4 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}} = 4 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$
 $\frac{x^2 + y^2}{xy} = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 2xy \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y$
 تابع است

ه) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{3-x}{x}} \Rightarrow (I) \frac{x-1}{x-3} \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$
 $(II) \frac{3-x}{x} \geq 0 \Rightarrow x \in (0, 3]$
 $I \cap II \Rightarrow x \in (0, 1] \cup (3, +\infty)$
 ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{y-1})^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{x})^2 \Rightarrow y-1 = 3 + x - 2\sqrt{3x} \Rightarrow y = x + 4 - 2\sqrt{3x}$
 (I) $\sqrt{3x} \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$
 $D_f = [0, +\infty)$

و) $y = \sqrt{x^2 - 12x + 4} \Rightarrow (I) x^2 - 12x + 4 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-4) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$
 $(II) x - 10x + 14 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 2] \cup [1, +\infty)$
 $I \cap II \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$
 ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 12x + 4}{x^2 - 10x + 14}} \Rightarrow \frac{(x-1)(x-4)}{(x-2)(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x-2} \geq 0$
 $D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (4, +\infty)$

ز) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 8x + 3}{x^2 - 12x + 4}} \Rightarrow (I) x^2 - 8x + 3 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$
 $(II) x^2 - 12x + 4 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 2] \cup [1, +\infty)$
 $I \cap II \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$
 ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 8x + 3}{x^2 - 12x + 4}} \Rightarrow \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x-2} \geq 0$
 $D_f = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty) - \{1\}$