تکلیف شماره ۱ — گهار مونسول — ۱۹٫۷۵ — یازدهم دفتر A

(۱) $A\times B=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

$B^2=\{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$ (۲)

$A\times B-B^2=\{(1,2),(1,3)\}$

---

(۲) الف) $m^2=m+2 \rightarrow m^2-m-2=0$

$(m-2)(m+1)=0 \rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}$

چون اگر $m=2$ باشد ، $(2,4)$ میشه که چون $(2,1)$ $\rightarrow m\neq 2$

را داریم به ازای ۲ باید یک برد داشته باشیم. $\Leftarrow$

$m=-1$

(۲)

ب) $m^2=m+2 \rightarrow m^2-m-2=0 \rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}$

$m\neq 2$ غ‌ق‌ق ، $m\neq -1$ غ‌ق‌ق

$\Leftarrow$ پس به ازای هیچ مقدار m این مجموعه تابع نمی باشد.

---

(۳) $a\times b=8\times -8=-64$

$x=1 \rightarrow y=x^2-1=1-1=0$

$x=2 \rightarrow y=x^3=8$ (۲)

$ax+b \xrightarrow{x=1} a+b=0$, $\xrightarrow{x=2} 2a+b=8$ $\Big\}$ $a=8 \Rightarrow b=-8$

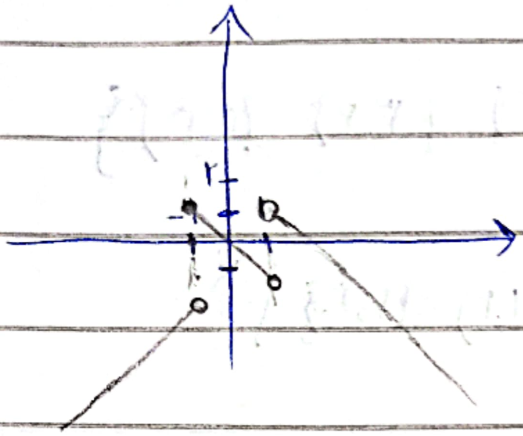
④

$x = k \rightarrow \quad 4 - 3k = 2k - 3$

$7 = 5k \rightarrow k = \frac{7}{5}$

---

⑤



$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

$R_f = (-\infty, 1]$

---

⑥

الف) $2y^3 + x^2 + 1 = 0$

$2y_1^3 = -x^2 - 1$

$2y_2^3 = -x^2 - 1$

$\Longrightarrow 2y_1^3 = 2y_2^3$

$y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$

تابع هست

ب) $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0$

$\hookrightarrow x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 1 + 9 = 0$

$(x^2 - 2x + 1) + (4y^2 - 12y + 9) = 0$

$(x-1)^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = 0$

$\hookrightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad , \quad y - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$

نقطه $(1, \frac{3}{2})$ در اینجاها

منفرد ← تابع هست.

الف) $x\sin y = y\sin x$ (۷)

$\rightarrow x=\pi \Rightarrow \sin x = 0$

$\pi \times \sin y = y \times 0 \rightarrow y = k\pi$ بس تابع نیست.

$\hookrightarrow y=\pi, y=2\pi, \dots$

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$ (۱٫۷۵)

$x, y \neq 0$

$\left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2 = 4 \rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 \times \sqrt{\frac{x}{y}} \times \sqrt{\frac{y}{x}} = 4$

$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy} = 2 \rightarrow x^2+y^2-2xy=0$

$(x-y)^2 = 0 \Rightarrow x=y$ تابع هست.

الف) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ (۸)

$D_f = (0, 2]$ ①

$D_f = (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$ ②

① ∩ ② $\Rightarrow D_f = (0, 1]$ (۲)

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{2}$

$\rightarrow \sqrt{y-1} = \sqrt{2} - \sqrt{x}$

$x \geq 0$ ①

$\sqrt{2} - \sqrt{x} \geq 0$

$\sqrt{2} \geq \sqrt{x}$

$2 \geq x$ ②

① ∩ ② $\Rightarrow D_f = [0, 2]$

(ب۱۱) $\frac{\sqrt{x^2-7x+4}}{\sqrt{x^2-10x+14}}$ $\begin{cases} x=4 \\ x=1 \end{cases}$

$(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$ ①

$x^2-10x+14 \neq 0$

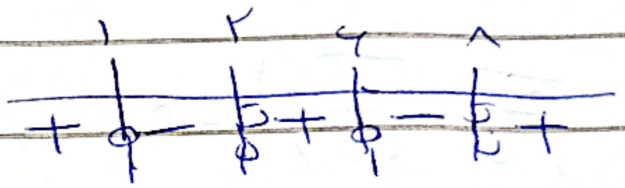
$-9x+14 \geq 0$

$14 \geq 9x$

$\frac{14}{9} \geq x$ ②

① ∩ ② $\Rightarrow D_f = (-\infty, 1]$

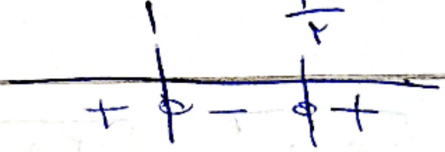
(ب) $\sqrt{\frac{x^2-7x+4}{x^2-10x+14}}$ $\begin{cases} 4=x \\ 1=x \end{cases}$



$\begin{cases} x=2 \\ x=8 \end{cases}$

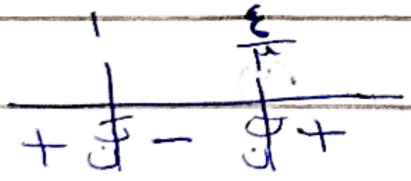
$D_f = (-\infty,1]\cup(2,4]\cup(8,+\infty)$

(ب۱۲) $y=\frac{\sqrt{2x^2-5x+2}}{\sqrt{4x^2-7x+3}}$ $\begin{cases} 2x=1 \\ x=\frac{2}{3} \end{cases}$



$(-\infty,1]\cup[\frac{2}{3},+\infty)$ ①

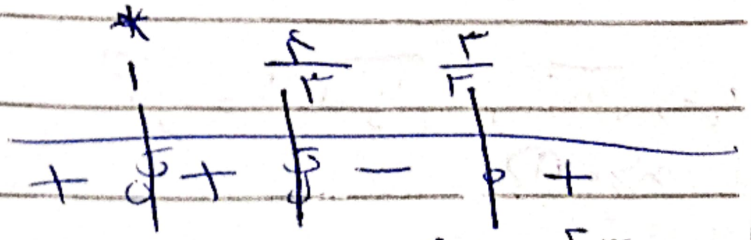
$\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{2}{4} \end{cases}$



$(-\infty,1)\cup(\frac{2}{4},+\infty)$ ②

① ∩ ② $\Rightarrow D_f = (-\infty,1)\cup[\frac{2}{4},+\infty)$

(ب) $\sqrt{\frac{2x^2-5x+2}{4x^2-7x+3}}$



$D_f = (-\infty,1)\cup(1,\frac{2}{4})\cup[\frac{3}{4},+\infty)$