نام و نام خانوادگی سانیا هادیان — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱ — کلاس یازدهم A

۱

$B^2 = \{(۲,۲),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۳)\}$

$A \times B = \{(۱,۲),(۲,۲),(۳,۲),(۱,۳),(۲,۳),(۳,۳)\}$

$A \times B - B^2 = \{(۱,۲),(۱,۳)\}$

۲

الف) $m^2 = m+2 \Longrightarrow 0 = m^2 - m - 2$ $\quad \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \dfrac{1+3}{2}$ و $\dfrac{1-3}{2} = $ ۲ و ۱-

غیرقابل قبول زیرا $\{(۲,۴),(۱,۲),(۲,۱)\}$ = تابع نیست ← $\boxed{m=-1}$

ب) $m^2 = m+2 \Longrightarrow 0 = m^2 - m - 2$ $\quad \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \dfrac{1+3}{2}$ و $\dfrac{1-3}{2} = $ ۲ و ۱-

هیچوقت تابع نمی‌شود ← $\{(۱,۴),(۲,۱),(۱,۲)\}$ = تابع نیست ، $\{(۱,-۱),(۱,۴),(-۱,۳)\}$ = تابع نیست

۳

برابر $\begin{cases} (1)^2 - 1 = 0 \\ a(1)+b = a+b \end{cases} \Rightarrow a+b=0$

برابر $\begin{cases} (2)^3 = 8 \\ a(2)+b = 2a+b \end{cases} \Rightarrow 2a+b=8$

دستگاه $\begin{cases} a+b=0 \\ 2a+b=8 \end{cases} \Rightarrow a=8 , b=-8$

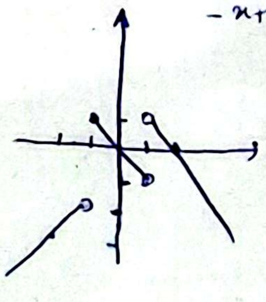
$a \times b = -8 \times 8 = \boxed{-64}$

۴

$\begin{cases} 2x-3 & ; x \geq k \\ 4-3x & ; x \leq k \end{cases}$ ⟶ درصورتی تابع است که دو x تکراری نباشد.

$2(k)-3 = 4-3(k) \longrightarrow 2k-3 = 4-3x \rightarrow 5k = 7 \rightarrow k = \frac{7}{5}$

۵



$-x+2 \begin{cases} -(1)+2=1 \\ -(2)+2=0 \end{cases}$

$-x \begin{cases} -(-1)=1 \\ -(1)=-1 \end{cases}$

$x-1 \begin{cases} -1-1=-2 \\ -2-1=-3 \end{cases}$

دامنه $= R - \{1\}$

برد $= (-\infty,-2) \cup (-1,1]$

الف، تعریف تابع: $2y_1^3 + x_1^2 + 1 = 0$ ، $2y_2^3 + x_2^2 + 1 = 0$ } $x_1 = x_2 \Rightarrow 2y_1^3 + \cancel{x_1^2 + 1} = 2y_2^3 + \cancel{x_2^2 + 1}$

$\Rightarrow 2y_1^3 = 2y_2^3 \to y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است 6

ب، $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0 \longrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (4y^2 - 12y + 9) = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$

جمع دو عبارت همواره مثبت شده صفر پس هر کدام $= 0$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

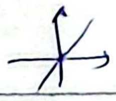
$2y - 3 = 0 \to 2y = 3 \to y = \frac{3}{2}$ } $(1, \frac{3}{2})$ تک نقطه‌ی نمودار

الف، $x \sin y = y \sin x \xrightarrow{\text{تک نقطه}} x = 0 \Rightarrow 0 = y(0)$

هر مقداری می‌تواند برای $x=0$ وجود داشته باشد پس تابع نیست:

7

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{xy}{yx}} = 4 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} + 2 = 4 \to \frac{x^2 + y^2}{xy} = 2$



$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \to (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y$

تابع روی نیمساز ربع اول و سوم عبور می‌کند

الف) I. $\frac{x-1}{x-3} \geq 0 \Rightarrow$ (1، 3: $+ \; - \; +$) $\Rightarrow (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$

II. $\frac{2-x}{x} \geq 0 \Rightarrow$ (0، 2: $- \; + \; -$) $\Rightarrow (0, 2]$

$I \cap II = (0, 1]$

8

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3} \to I \; x \geq 0$ ، $\sqrt{y-1} = \sqrt{3} - \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{3} - \sqrt{x} \geq 0$

$\sqrt{y-1} \geq 0$ ، II $3 \geq x$

$I \cap II = 0 \leq x \leq 3 = [0, 3]$

الف) I $x^2 - 7x + 6 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-6) \geq 0 \Rightarrow$ (1، 6: $+ \; - \; +$) $\Rightarrow (-\infty, 1] \cup [6, +\infty)$

II $x - 10x + 16 > 0 \Rightarrow 16 > 9x \Rightarrow \frac{16}{9} > x \Rightarrow (\frac{16}{9}, +\infty)$ $\quad I \cap II = [6, +\infty)$

9

ب) $\sqrt{\frac{(x-1)(x-6)}{(x-8)(x-2)}} \Rightarrow$ (1، 2، 6، 8: $+ \; - \; + \; - \; +$) $\Rightarrow (-\infty, 1] \cup (2, 6] \cup (8, +\infty)$

الف) $2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 + \sqrt{25 - 24}}{4} , \frac{5 - \sqrt{25-24}}{4} = 1 , \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ (1، $\frac{3}{2}$: $+ \; - \; +$)

$3x^2 - 7x + 4 > 0 \Rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{7 + \sqrt{49 - 48}}{6} , \frac{7 - \sqrt{49-48}}{6} = 1 , \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ (1، $\frac{4}{3}$: $+ \; - \; +$) 10

$\Rightarrow \left((-\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)\right) \cap \left((-\infty, 1) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)\right) = (-\infty, 1) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$

ب) $\frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4} \geq 0 \Rightarrow$ (1*، $\frac{4}{3}$، $\frac{3}{2}$: $+ \; + \; - \; +$) $= \boxed{(-\infty, 1) \cup (1, \frac{4}{3}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)}$

$1 , \frac{3}{2}$ ، $1 , \frac{4}{3}$