دیانا بابایی تکلیف شماره ۱ (۱۸) گروه دفتر یازدهم A

۱) $A\times B - B\times B = \{(۱,۲),(۱,۳),\cancel{(۲,۲)},\cancel{(۲,۳)},\cancel{(۳,۲)},\cancel{(۳,۳)}\} -$

$\{(۲,۲),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۳)\} = \{(۱,۲),(۱,۳)\}$ (۲)

۲) الف) $f(x)=\{(\underline{۳},m^۲),(۲,۱),(-۳,m),(-۲,m),(\underline{۳},m+۲),(m,۴)\}$

$m^۲=m+۲ \rightarrow m^۲-m-۲=۰ \rightarrow (m-۲)(m+۱)=۰ \rightarrow \begin{cases} m=۲ & \text{غ ق ق} \\ m=-۱ \rightarrow & \text{ق ق} \end{cases}$

$\xrightarrow{m=۲} \{(۳,۴),(\underline{۲},۱),\underbrace{(-۳,۲),(-۲,۲),(\underline{۲},۴)}_{۲=۲,\ ۱\neq ۴}\}$ غ ق ق

$\xrightarrow{m=-۱} \{(۳,۱),(۲,۱),(-۳,-۱),(-۲,-۱),(-۱,۴)\}$ ✓ (۲)

ب) $g(x)=\{(\underline{۳,m^۲}),(۲,۱),(m,۴),(۳,\underline{\cancel{m+۲}}),(-۲,m),(-۱,۳)\}$

$m^۲=m+۲ \rightarrow \begin{cases} m=۲ & \text{غ ق ق} \\ m=-۱ & \text{غ ق ق} \end{cases} \xrightarrow{m=۲} \{(۳,۴),\underline{(۲,۱)},\underline{(۲,۴)},(-۲,۲),(-۱,۳)\}$ ✗

$\xrightarrow{m=-۱} \{(۳,۱),(۲,۱),(\underline{-۱},۴),(-۲,-۱),(\underline{-۱},۳)\}$ ✗ هر ۲ جواب غیر قابل قبول

۳) $f(x)=\begin{cases} x^۲-۱ & x\leq ۱ \\ ax+b & ۱<x<۲ \\ x^۳ & x\geq ۲ \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} f(۱)=۱^۲-۱=۰ \\ f(۱)=a+b \end{array}\right\} \rightarrow a+b=۰$

$\left.\begin{array}{l} f(۲)=۲a+b \\ f(۲)=۸ \end{array}\right. \rightarrow ۲a+b=۸$ (۲)

$\begin{cases} -a-\cancel{b}=۰ \\ ۲a+\cancel{b}=۸ \end{cases}$

$a=۸,\ b=-۸$

$a\times b=-۶۴$

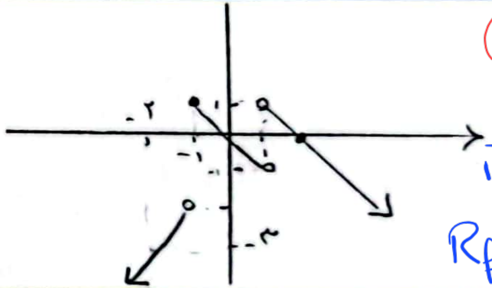
۴) $f(x)=\begin{cases} ۲x-۳ & x\geq k \\ ۴-۳x & x\leq k \end{cases}$ $\quad f(k)=۲k-۳,\quad f(k)=۴-۳k \rightarrow ۲k-۳=۴-۳k \Rightarrow ۵k=۷ \rightarrow k=\frac{۷}{۵}$ (۲)

۵) $f(x)=\begin{cases} -x+۲ & x>۱ \\ -x & -۱\leq x<۱ \\ x-۱ & x<-۱ \end{cases}$ (۱)

x	۱	۲
y	۱	۰

x	-۱	۱
y	۱	-۱

x	-۱	-۲
y	-۲	-۳



$D_f=\mathbb{R}-\{۱\}$

$R_f=(-\infty,۱]$

۶) الف) $۲y^۳+x^۲+۱=۰ \xrightarrow{x=۱} ۲y^۳=-۲ \rightarrow y^۳=-۱ \rightarrow y=-۱$ ✓

ب) $x^۲+۴y^۲-۲x-۱۲y+\underset{\substack{\downarrow \\ ۱+۹}}{۱۰}=۰ \rightarrow (x^۲-۲x+۱)+(۴y^۲-۱۲y+۹)=۰$ ✓

$\underset{\geq ۰}{(x-۱)^۲}+\underset{\geq ۰}{(۲y-۳)^۲}=۰ \longrightarrow \begin{cases} x-۱=۰ \rightarrow x=۱ \\ ۲y-۳=۰ \rightarrow y=\frac{۳}{۲} \end{cases} \rightarrow (۱,\frac{۳}{۲})$

(۲)

۷)

الف) $x\sin y = y\sin x \xrightarrow{x=0} 0=0$

جواب بدست آمده وابسته به y نیست و به ازای یک مقدار برای x، بی‌شمار جواب برای y داریم پس تابع نیست

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=۲$

$\begin{cases}\frac{x}{y}\geq 0\\ y\neq 0\end{cases}$ و $\begin{cases}\frac{y}{x}\geq 0\\ x\neq 0\end{cases}$ ، $\begin{cases}x>0\\ y>0\end{cases}$ یا $\begin{cases}x<0\\ y<0\end{cases}$ $\quad \sqrt{\frac{x}{y}}=t>0$ ، $\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{1}{t}$

۲

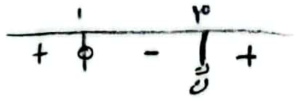
$\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=۲ \to t+\frac{1}{t}=۲ \longrightarrow t=1 \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{y}}=1 \to \frac{x}{y}=1 \longrightarrow \underbrace{x=y}$

به ازای هر x فقط یک y داریم و رابطه تابع است $\to \{(x,y) \mid x=y\neq 0\}=$ مجموعه جواب

۸)

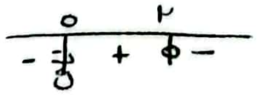
الف) $y=\sqrt{\frac{x-1}{x-۳}}+\sqrt{\frac{۲-x}{x}}$

$\frac{x-1}{x-۳}\geq 0 \to \begin{cases}x=1\\ x=۳\end{cases}$



$(-\infty,1]\cup(۳,+\infty)$

$\frac{۲-x}{x}\geq 0 \longrightarrow \begin{cases}x=۲\\ x=0\end{cases}$



$(0,۲]$

۲

$D_f=(0,1]$

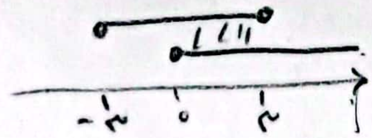
ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}=\sqrt{۳} \to (\sqrt{y-1})=(-\sqrt{x}+\sqrt{۳}) \to$

$y-1\geq 0$ $\boxed{y\geq 1}$ $\quad \boxed{x\geq 0}$ ① و $-\sqrt{x}+\sqrt{۳}\geq 0 \longrightarrow$

$(\sqrt{x})\leq(\sqrt{۳}) \xrightarrow{\text{توان ۲}} |x|\leq ۳$

$-۳\leq x\leq ۳$ ②

①,② $\longrightarrow$

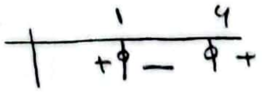


$D_f=[0,۳]$

۹)

الف) $y=\frac{\sqrt{x^۲-۷x+۶}}{\sqrt{x-۱0x+۱۴}}$

$x^۲-۷x+۶\geq 0 \longrightarrow (x-1)(x-۶)=0 \longrightarrow \begin{cases}x=1\\ x=۶\end{cases}$

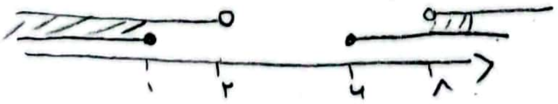


$(-\infty,1]\cup[۶,+\infty)$

$x^۲-۱0x+۱۴>0 \longrightarrow (x-۲)(x-۸)=0 \to \begin{cases}x=۲\\ x=۸\end{cases}$

$(-\infty,۲)\cup(۸,+\infty)$

$x-۱0x+۱۴$
$=-۹x+۱۴$

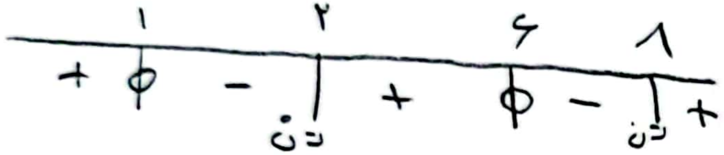


$D=(-\infty,1]\cup(۸,+\infty)$

۱,۵

ب) $y=\sqrt{\frac{x^۲-۷x+۶}{x^۲-۱۰x+۶}} \Rightarrow \frac{x^۲-۷x+۶}{x^۲-۱۰x+۶}\geq ۰$ ۹

$x^۲-۷x+۶=۰ \longrightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=۶ \end{cases}$ ، $x^۲-۱۰x+۶=۰ \longrightarrow \begin{cases} x=۲ \\ x=۸ \end{cases}$



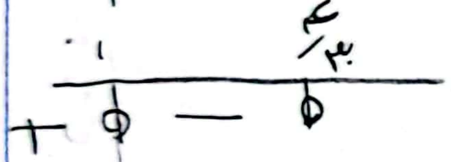
$D_f=(-\infty,۱]\cup(۲,۶]\cup(۸,+\infty)$

الف) $y=\frac{\sqrt{۲x^۲-۵x+۳}}{\sqrt{۳x^۲-۷x+۴}}$ ۱۰

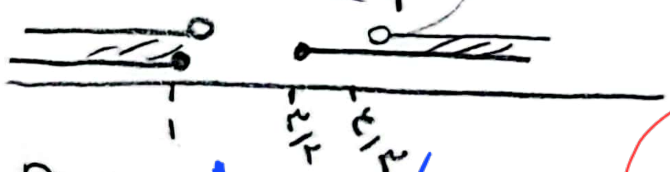
$۲x^۲-۵x+۳\geq ۰ \to ۲+۳-۵=۰ \longrightarrow \begin{cases} x_۱=۱ \\ x_۲=\frac{c}{a}=\frac{۳}{۲} \end{cases}$

$۳x^۲-۷x+۴ > ۰ \longrightarrow \begin{cases} x_۱=۱ \\ x_۲=\frac{۴}{۳} \end{cases}$

$(-\infty,۱]\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)$



$(-\infty,۱)\cup(\frac{۴}{۳},+\infty)$



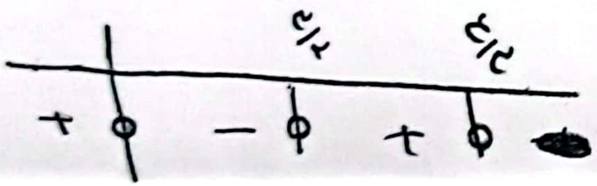
$D=(-\infty,۱)\cup(\cancel{\frac{۴}{۳}}\ \frac{۳}{۲},+\infty)$

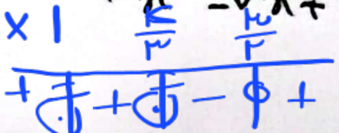
۱,۵

ب) $y=\sqrt{\frac{۲x^۲-۵x+۳}{۳x^۲-۷x+۴}}$ $\quad \frac{۲x^۲-۵x+۳}{۳x^۲-۷x+۴}\geq ۰$

$x_۱=۱ \ , x_۲=\frac{۴}{۳}$

$x_۳=\frac{۳}{۲}$





$(-\infty,۱)\cup \cancel{[\frac{۳}{۲},\frac{۴}{۳})} \cup(۱,\frac{۴}{۳})\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)$