درسا صادق زاده   ریاضی هشتم A

سوال ۱) الف $f=\{(۳,۲),(n^۲,۵),(۳,n^۲-n),(m,۲),(-۱,٤)\}$

$n^۲-n=۲ \to n^۲-n-۲=۰ \begin{cases} n=-۱ \to \\ \boxed{n=۲} \end{cases}$ اگر ۱- باشد به دلیل (۱-,٤) یک به یک نیست ← غ ق ق

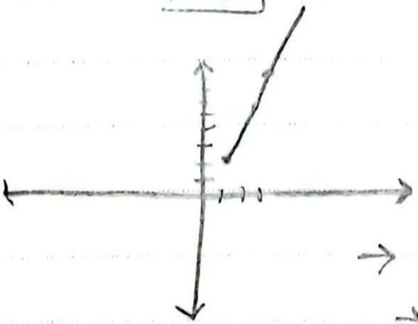
$(۳,n^۲-n) \xrightarrow{n=۲} (۳,۲)=(m,۲) \Rightarrow \boxed{m=۳}$

ب) $f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(a,\underset{۱}{m-۱}),(a+۲,\underset{۱}{n}),(m,۳)\}$

$\boxed{a=-۱} \Leftarrow$ $\to \boxed{m=۲}$

$\boxed{n=۲}$

سوال ۲) $f(x)=\begin{cases} ۳x-۱ \,; & x\geq ۱ \\ x+a \,; & x<۱ \end{cases}$

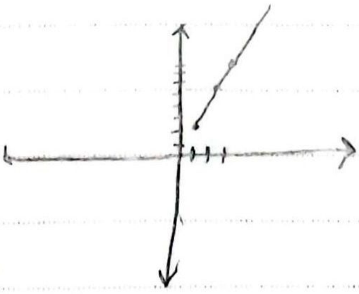


→ بیشترین $a=۱$

$\Rightarrow a\in(-\infty,۱]$

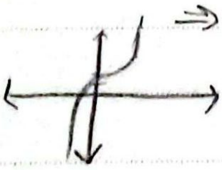
سوال ۳) $f(x)=\begin{cases} ۳x-۱ \,; & x\geq ۱ \\ ax+a-۱ \,; & x\leq ۰ \end{cases}$

$\xrightarrow{x=۰} a-۱<۲ \to a<۳$



$\Rightarrow a\in$

سوال ٤) الف) $y=x^۳+۲ \xrightarrow{\text{رسم شکل}}$



→ یک به یک ✓

$x=y^۳+۲ \to y=\sqrt[۳]{x-۲}$

ب) $y=x^۲-٤x+۲ \xrightarrow{\text{شکل}}$

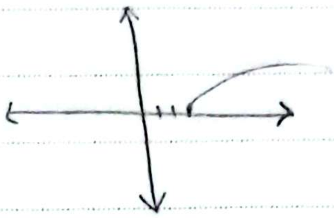
→ یک به یک ✗

min | ۲
| -۲

سوال ~~۵~~ ۶)

یک به یک ✓

الف) $y=\sqrt{x-۳}$

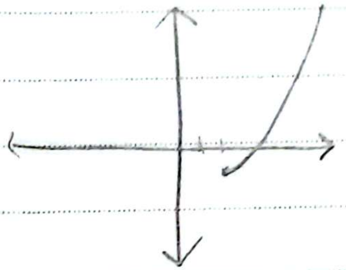


$x=\sqrt{y-۳} \xrightarrow[۲]{\text{توان}}$

$y=x^{۲}+۳$

یک به یک ✓

ب) $y=x^{۲}-٤x+۳ \quad x\in[۲,+\infty)$



$\min\left|\begin{array}{l} -\frac{b}{۲a}=۲ \\ ٤-۸+۳=-۱ \end{array}\right.$

$x=y^{۲}-٤y+۳ \to y^{۲}-٤y+۳-x=۰$

$y=\frac{٤\pm\sqrt{۱۶-۱۲+x}}{۲}=\frac{٤\pm\sqrt{٤+٤x}}{۲}=۲\pm\sqrt{x+۱}=y \to D_{f^{-۱}_{(x)}}=R_{f(x)}$

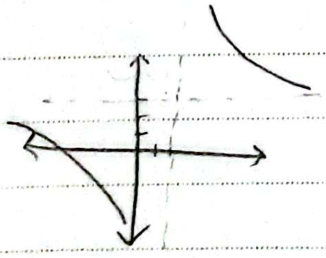
$[-۱,+\infty) \Leftarrow$ منفی غیر قابل قبول است چون جزء دامنه نمی شود

$\to y=۲+\sqrt{x+۱}$

سوال ۵)

$\to$ یک به یک

$y=\frac{۳x+۱}{x-۲} \to$



$x=\frac{۳y+۱}{y-۲} \to xy-۲x=۳y+۱ \to xy-۳y=۲x+۱$

$y(x-۳)=۲x+۱$

$y=\frac{۲x+۱}{x-۳}$

$y=\frac{+۲x+٤}{x+۲}=\frac{۲\cancel{(x+۲)}}{\cancel{(x+۲)}}=۲ \to$ یک به یک ✗

$f(x) = x + \sqrt{x} \to f(x)^{-1} = ax + b - \sqrt{x - c}$ سوال ۷)

$\hookrightarrow f(x)^{-1} \Rightarrow x = y + \sqrt{y} + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴} = (\sqrt{y} + \frac{۱}{۲})^{۲} - \frac{۱}{۴} \Rightarrow$

$x + \frac{۱}{۴} = (\sqrt{y} + \frac{۱}{۲})^{۲}$

$\to \sqrt{y} + \frac{۱}{۲} = \sqrt{x + \frac{۱}{۴}} = \sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{۱}{۴}} - \frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} y = x + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} - \sqrt{x + \frac{۱}{۴}} = x - \sqrt{x + \frac{۱}{۴}} + \frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow a = ۱ \quad b = \frac{۱}{۲} \quad c = -\frac{۱}{۴}$

سوال ۸)

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^{۲} - ۲}} \to \left.\begin{array}{l} y = \dfrac{x_۱}{\sqrt{x_۱^{۲} - ۲}} \\ \\ y = \dfrac{x_۲}{\sqrt{x_۲^{۲} - ۲}} \end{array}\right\} \to \frac{x_۱}{\sqrt{x_۱^{۲} - ۲}} = \frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^{۲} - ۲}}$$

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x_۱^{۲}}{x_۱^{۲} - ۲} = \frac{x_۲^{۲}}{x_۲^{۲} - ۲} \Rightarrow \cancel{x_۱^{۲} x_۲^{۲}} - ۲x_۱^{۲} = \cancel{x_۱^{۲} x_۲^{۲}} - ۲x_۲^{۲}$

$\Rightarrow x_۱^{۲} = x_۲^{۲} \Rightarrow x_۱ = \pm x_۲ \to$ غیر قابل قبول ⊖ ⇐ x و y هم علامت

$\Rightarrow x_۱ = x_۲ \Rightarrow$ یک به یک

$x = \frac{y}{\sqrt{y^{۲} - ۲}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^{۲} = \frac{y^{۲}}{y^{۲} - ۲} \Rightarrow x^{۲}y^{۲} - ۲x^{۲} = y^{۲}$

$y^{۲}(x^{۲} - ۱) = ۲x^{۲}$

$= y^{۲} = \frac{۲x^{۲}}{x^{۲} - ۱}$

$\to y = \pm\sqrt{\frac{۲x^{۲}}{x^{۲} - ۱}} = \pm \frac{x\sqrt{۲}}{\sqrt{x^{۲} - ۱}} \xrightarrow[\text{هم علامت}]{x \text{ و } y} y = \frac{x\sqrt{۴}}{\sqrt{x^{۲} - ۱}}$

$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|} \qquad g(x)=\sqrt{x}-1$ سوال ۹)

$f(-\frac{۲}{۵})+g^{-1}(-\frac{۲}{۵})=\frac{-۲}{۳}+\frac{۹}{۲۵}=\frac{-۵۰+۲۷}{۷۵}=\boxed{\frac{-۲۳}{۷۵}}$

$y=\frac{x}{1+|x|} \longrightarrow f(x) \rightarrow x=\frac{y}{1+|y|} \Rightarrow x+x|y|=y$

$\xrightarrow{y\geq ۰} y(x-1)=-x \Rightarrow y=\frac{x}{1-x}$

$\xrightarrow{y<۰} y+yx=x \rightarrow y(1+x)=x \Rightarrow y=\frac{x}{x+1}$

$$f(x)\begin{cases}\frac{x}{1-x} & x\geq ۰\\ \frac{x}{x+1} & x<۰\end{cases} \qquad f(-\frac{۲}{۵})=-\frac{۲}{۳}$$

$g^{-1}(x) \Rightarrow x=\sqrt{y}-1 \quad x+1=\sqrt{y} \rightarrow y=(x+1)^۲$

$\Rightarrow y=\frac{۹}{۲۵}$

$f^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-1} \qquad g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)} \qquad g^{-1}(۱۲)=?$ سوال ۱۰)

$x=\sqrt[۳]{y-1} \xrightarrow{\text{توان ۳}} x^۳=y-1 \Rightarrow y=x^۳+1$

$g(x)=x^۳+1+\sqrt{x^۳+1} \xrightarrow{g^{-1}(x)} x=y^۳+1+\overbrace{\sqrt{y^۳+1}}^{t}$

$\Rightarrow x=t^۲+t \rightarrow t=\frac{-1\pm\sqrt{1+۴x}}{۲} \xrightarrow{t\geq ۰} t=\frac{\sqrt{۴x+1}-1}{۲}$

$\Rightarrow \sqrt{y^۳+1}=\frac{\sqrt{۴x+1}-1}{۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^۳+1=\frac{۴x+1+1-۲\sqrt{۴x+1}}{۲}$

ادامه ۱۰

$$y^{۳}+۱=\frac{۲x-\sqrt{٤x+۱}+۱}{۲}\Rightarrow y^{۳}=\frac{۲x-\sqrt{٤x+۱}-۱}{۲}$$

$$\rightarrow y=\sqrt[۳]{\frac{۲x-\sqrt{٤x+۱}-۱}{۲}}\xrightarrow{g(۱۲)}y=\sqrt[۳]{\frac{۲٤-۷-۱}{۲}}=\sqrt[۳]{\frac{۱۶}{۲}}=\boxed{۲}$$