

الف) $n^2 - n = 2$, $n^2 - n \neq 5 \rightarrow \text{if } n \neq 1 \Rightarrow n(n-1) = 2 \Rightarrow n = 2$ یا -1

$(2, 2) / (m, 2) \Rightarrow m = 2$

در اینجا - باشد دیگر مجموعه تابع نیست، فقط $n=2$ انان

ب) $(2, 2) \rightarrow (m, 2) \Rightarrow m = 2$

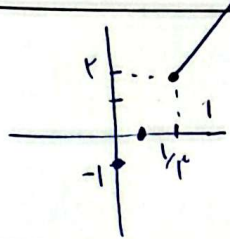
$(a+2, n) = (1, n) \Rightarrow (1, 2) \Rightarrow n=2$

5

$(a, m-1) \Rightarrow (a, 1)$, $(-1, 1) \Rightarrow a = -1$

تا مجموعه تابع باشد

$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \geq 1 \\ x+a & x < 1 \end{cases}$



if $x = 1$

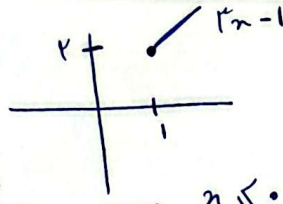
$\rightarrow 1+a < 2$

$a < 1$

فکر کنید

1, 75

$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \geq 1 \\ ax+a-1 & x < 1 \end{cases}$



$ax+a-1 < 2$

$a < 2$

$a(x+1) < 2 \Rightarrow a < \frac{2}{x+1} \Rightarrow x < 0 \Rightarrow a < 2$

$a < 2$

$ax+a-1 \neq 2$

$x \neq -1$

$\Rightarrow ax+a-1 \neq 2 \Rightarrow a(x+1) \neq 2$

$\Rightarrow a(x+1) \neq 2$

1, 5

الف) $y = x^2 + 2 \rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow x_1^2 + 2 = x_2^2 + 2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = x_2$

$x = y^2 + 2 \Rightarrow x - 2 = y^2 \Rightarrow y = \sqrt{x-2}$

تابع یک به یک

ب) $y = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow$ سهمی است و همواره یک به یک نیست، به ازای هر x دو y

5

الف) $y = \frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow$ تابع همگراف نیست، یک به یک است

معکوس کردن: $yx - 2y = 2x + 1 \Rightarrow xy - 2x = 2y + 1 \Rightarrow x(y-2) = 2y+1$

$y = \frac{2x+1}{x-2}$

$y(x-2) = 2x+1$

ب) $\frac{4+2x}{x+2} \Rightarrow$ یک به یک نیست، تابع همگراف نیست

$yx + 2y = 4 + 2x \Rightarrow xy + 2x = 4 + 2y \Rightarrow xy - 2y = 4 - 2x$

$y(x-2) = 4-2x \Rightarrow y = \frac{4-2x}{x-2} = \frac{2(2-x)}{x-2} = \frac{-2(x-2)}{(x-2)} = -2$

$\rightarrow \frac{2(2+x)}{x+2} = 2 \Rightarrow f(x) = 2 \Rightarrow$ امادته ساده شد و معکوس شد این تابع تابع ثابت است و پس اصلاً تابع یک به یک نیست

5

الف) $y = \sqrt{x-3} \xrightarrow{if} y_1 = y_2 \Rightarrow \sqrt{x_1-3} = \sqrt{x_2-3} \Rightarrow |x_1-3| = |x_2-3|$ یک به یک نیست

$\Rightarrow x_1^2 + 4 - 4x_1 = x_2^2 + 4 - 4x_2 \Rightarrow x_1 \neq x_2$ برعکس

$y = 2\sqrt{x+1}$ برعکس

ب) $y = x^2 - 4x + 3, x \in [2, +\infty)$

یک به یک است اما برعکس باقی مانده پس
 $x_5 = \frac{-b}{2a} = 2$
 $y_5 = -1$

$x = y^2 - 4y + 3 \Rightarrow y = \frac{-(3-x) \pm \sqrt{14-12}}{2} \Rightarrow y = 1, 3$

$y-1 = +\sqrt{2x+1} + 2$

$\sqrt{x} = t \quad f(n) = t^2 + t \Rightarrow t^2 + t - y = 0 \Rightarrow$ * $x = t^2$ پس تغییر متغیر است

$\frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2} = t \quad t^2 = x \quad x = \left(\frac{\sqrt{4y+1}-1}{2} \right)^2 \Rightarrow$ معکوس

$y = \left(\frac{\sqrt{4x+1}-1}{2} \right)^2 = \frac{4x+1+1-2\sqrt{4x+1}}{4} = \frac{4x+2-2\sqrt{4x+1}}{4}$

$\Rightarrow y = x + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{4x+1} \Rightarrow y = x + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$\frac{1}{2}\sqrt{4x+1} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} \quad \rightarrow a=1 \quad b=\frac{1}{4} \quad c=\frac{1}{4}$

$1+1-1 = \boxed{+1}$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2}$ یک به یک نیست

$\Rightarrow x_1^2 \times x_2^2 - 2x_2^2 = x_1^2 \times x_2^2 - 2x_1^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2$ (1.75)

$f(n) \Rightarrow x = \frac{y}{1+|y|} \Rightarrow x + x|y| = y \Rightarrow x|y| - y = -x \Rightarrow y(|n|-1) = -x$ 9

$f(n) = \frac{-x}{|n|-1} \Rightarrow f\left(-\frac{x}{a}\right) = \frac{\frac{x}{a}}{-\frac{x}{a}-1} = \frac{x}{-x-a} \quad \text{جواب کاف: } \frac{-x}{a} + \frac{a}{x} = -\frac{0.4+2x}{x} = \frac{-x}{x}$

$g^{-1}(n) \Rightarrow \sqrt{y}-1 = x \Rightarrow y = \sqrt{x+1} \Rightarrow y+1 = \sqrt{x} \Rightarrow x+1 = \sqrt{y}$ معکوس

$\Rightarrow y = (x+1)^2 \quad g^{-1}(n) = (x+1)^2 \quad g^{-1}\left(-\frac{x}{a}\right) = \left(-\frac{x}{a}+1\right)^2 = \frac{a}{x}$ (5)

$f(n) \Rightarrow x = \sqrt{y-1} \Rightarrow x^2 = y-1 \Rightarrow f(n) = x^2 + 1$

$g(n) = x^2 + 1 + \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow x^2 + 1 = t \quad g(n) = t + \sqrt{t} \Rightarrow x = y + \sqrt{y}$ معکوس

$g^{-1}(12) \Rightarrow 12 = y + \sqrt{y} \Rightarrow y = \boxed{9}$

$f(x) + \sqrt{f(x)} = 12 \rightarrow \sqrt{f(x)} = 3 \rightarrow f(x) = 9 \quad g^{-1}(12) = 3$ (1.5)

(۱) یک ن فرکانس دو هم مختلف علامت داشته باشد
پس $\omega_1 = \omega_2$ و تابع y به y است

$$y = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{a^2 - 1}}$$

a ، y هم علامت هست پس نیازی به علامت $\pm$ نیست