

در این توانایی تعیین کردن m داشته باشیم، m توان ۳ باشد آن موقع تابع یک به یک می شود

الف) $f = \{(3, 2), (n, 5), (3, n^2 - n), (m, 2), (-1, 4)\}$ $n^2 - n = 2$
 $n^2 - n - 2 = 0 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \text{OK}$ $n = -1 \Rightarrow \text{OK}$
 یک به یک نیست $(3, 2)$ و $(m, 2)$ چون $3 \neq m$ و $2 = 2$
 تابع نیست $(-1, 4)$ و $(-1, 5)$ چون $-1 = -1$ و $4 \neq 5$

برای توانایی تعیین کردن m, a داشته باشیم. در غیر این صورت نتایج بخاطر $(3, 3)$ و $(3, 3)$ نمی تواند یک به یک باشد

ب) $f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a^2, n), (m, 3)\}$ $\Rightarrow m = 2$
 $m-1 = 2-1 = 1 \Rightarrow (a, 1) \Rightarrow a = -1$
 $a+2 = -1+2 = 1 \Rightarrow (1, n) \Rightarrow n = 2$

$f(x) = \begin{cases} x-1: x \geq 1 \\ x+a: x < 1 \end{cases}$ $a = ?$ $f(1) = 1-1 = 0 \Rightarrow f(x) \in [0, +\infty)$
 برای یک به یک بودن $a \in (-\infty, 2)$ باشد
 $a \in (-\infty, 2)$ باشد باز

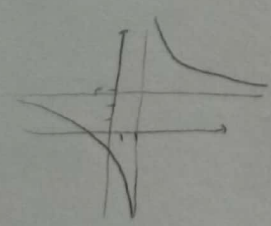
$f(x) = \begin{cases} x-1: x \geq 1 \\ x+a: x < 1 \end{cases}$ $f(x) \in [0, +\infty)$ $\Rightarrow$ $a-1 = 2 \Rightarrow a = 3$ $\Rightarrow 0 < a < 2$
 $a-1 = -1 \Rightarrow a = 0$

الف) $y = x^3 + 2$ $y_1 = y_2 \Rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$ یک به یک است

$y = x^3 + 2 \Rightarrow x^3 = y - 2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-2} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$

ب) $y = x^2 - (x+2) \Rightarrow x^2 - x - 2 = y - 2 \Rightarrow (x-2)^2 = y \Rightarrow x-2 = \pm\sqrt{y} \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{y}$
 $y = \pm\sqrt{x+2} + 2$

الف) $y = \frac{x+1}{x-2}$ $\Rightarrow y(x-2) = x+1 \Rightarrow yx - 2y = x+1 \Rightarrow x(y-2) = y+1 \Rightarrow x = \frac{y+1}{y-2}$
 $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-2}$ $\Leftarrow x = \frac{y+1}{y-2}$



ب) $y = \frac{x+2x}{x+2} \Rightarrow \frac{x(1+2)}{x+2}$ $\Rightarrow$ یک به یک نیست

$$a) y = \sqrt{x-3}$$

$$x-3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$y = \sqrt{x-3} \Rightarrow y^2 = x-3 \Rightarrow x = y^2+3$$

$$y = x^2+3$$

$$\sqrt{x_1-3} = \sqrt{x_2-3}$$

$$x_1-3 = x_2-3 \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \text{دالة عكس واحد}$$

$$b) y = x^2-4x+3$$

$$x^2-4x+3+1=1 \Rightarrow y = (x-2)^2-1 \Rightarrow \pm\sqrt{y+1} = x-2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y+1}+2$$

$$y = \pm\sqrt{x+1}+2$$

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

$$t^2 = x \Rightarrow f(x) = t^2 + t \Rightarrow t^2 + t - y = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2} \Rightarrow t^2 = \left(\frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{1 + y - \sqrt{1+4y}}{2} \Rightarrow y = \frac{1 + x - \sqrt{1+4x}}{2}$$

$$y = ax + b - \sqrt{x-c} \quad , \quad y = \frac{x}{2} + 1 - \sqrt{1+4x} \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 1, c = -\frac{1}{4}$$

$$f \circ g \circ a = f \left(-\frac{1}{4} \right) + g \left(\frac{1}{2} \right) + 1 = -1 + 1 + 1 = 1$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow y^2 = y_1 \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} - \frac{x_2^2}{x_2^2-2} = 0$$

$$\Rightarrow -x_2^2 = -x_1^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2 \Rightarrow \text{دالة عكس واحد}$$

$$\Rightarrow y^2 x^2 - 2y^2 = x^2$$

$$y^2 x^2 - x^2 = 2y^2 \Rightarrow x^2 (y^2 - 1) = 2y^2 \Rightarrow x^2 = \frac{2y^2}{y^2 - 1} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2y^2}{y^2 - 1}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2} y}{\sqrt{y^2 - 1}} = y \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{y^2 - 1}}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \quad , \quad g(x) = \sqrt{x} - 1$$

$$y = \frac{x}{1+|x|} \Rightarrow y + y|x| = x$$

$$y|x| - x = -y$$

$$x(y-1) = -y \Rightarrow f(x) = \frac{x}{1-x} \quad \text{for } y \geq 0$$

$$f(x) = \frac{x}{1+x} \quad \text{for } y < 0$$

$$f\left(-\frac{y}{\Delta}\right) + g^{-1}\left(\frac{y}{\Delta}\right) = -\frac{y}{\Delta} + \left(\frac{y}{\Delta}\right)^2 + 1\left(\frac{y}{\Delta}\right) + 1 = -\frac{y}{\Delta} + \frac{y^2}{\Delta^2} + \frac{y}{\Delta} + 1 = \frac{y^2}{\Delta^2} + 1$$

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} \Rightarrow g(x) = x^r + 1 + \sqrt{x^r + 1} \Rightarrow u = \sqrt{x^r + 1} \rightarrow$$

$$f'(x) = \sqrt[r]{x-1} \Rightarrow y = \sqrt[r]{x-1} \Rightarrow y^r = x-1 \Rightarrow x = y^r + 1$$

مشتق !!

$$f(x) = x^r + 1 = y = x^r + 1$$

$$\Rightarrow u^r + u - y = 0 \Rightarrow u = \frac{-1 + \sqrt{1 + ry}}{r} \Rightarrow \sqrt{x^r + 1} = \frac{-1 + \sqrt{1 + ry}}{r} \Rightarrow x = \sqrt[r]{\left(\frac{-1 + \sqrt{1 + ry}}{r}\right)^r - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \sqrt[r]{\left(\frac{-1 + \sqrt{1 + rx}}{r}\right)^r - 1} \Rightarrow g^{-1}(y) = \sqrt[r]{\left(\frac{-1 + \sqrt{ry}}{r}\right)^r - 1} = \sqrt[r]{y^r - 1} = \sqrt[r]{y}$$