Subject:
Year: Month: Date:

سانیا سید محمدی تکلیف شماره ۱۵ یازدهم دختر A

۱) الف) $f = \{ (۳,۲), \overset{\star}{(n,۵)}, (۳, n^۲ - n), (m,۲), (-۱,٤) \}$

$n^۲ - n = ۲ \Rightarrow n^۲ - n - ۲ = ۰ \Rightarrow (n-۲)(n+۱) = ۰$

$\Downarrow$

$n = -۱$ یا $n = ۲ \Rightarrow n \neq -۱ \Rightarrow$ با توجه به ★ تابع نمی باشد $\Rightarrow \boxed{n = ۲}$

$(۳,۲) = (۳, n^۲ - n) = (m,۲) \Rightarrow \boxed{m = ۳}$

ب) $f = \{ (-۱,۱), (۱,۲), (۲,۳), (a, \underbrace{m-۱}_{۱}), (\underbrace{a+۲}_{۱}, \underset{۲}{n}), (m,۳) \}$

$\Downarrow$

$\boxed{a = -۱} \Rightarrow \boxed{n = ۲}$

$m = ۲$

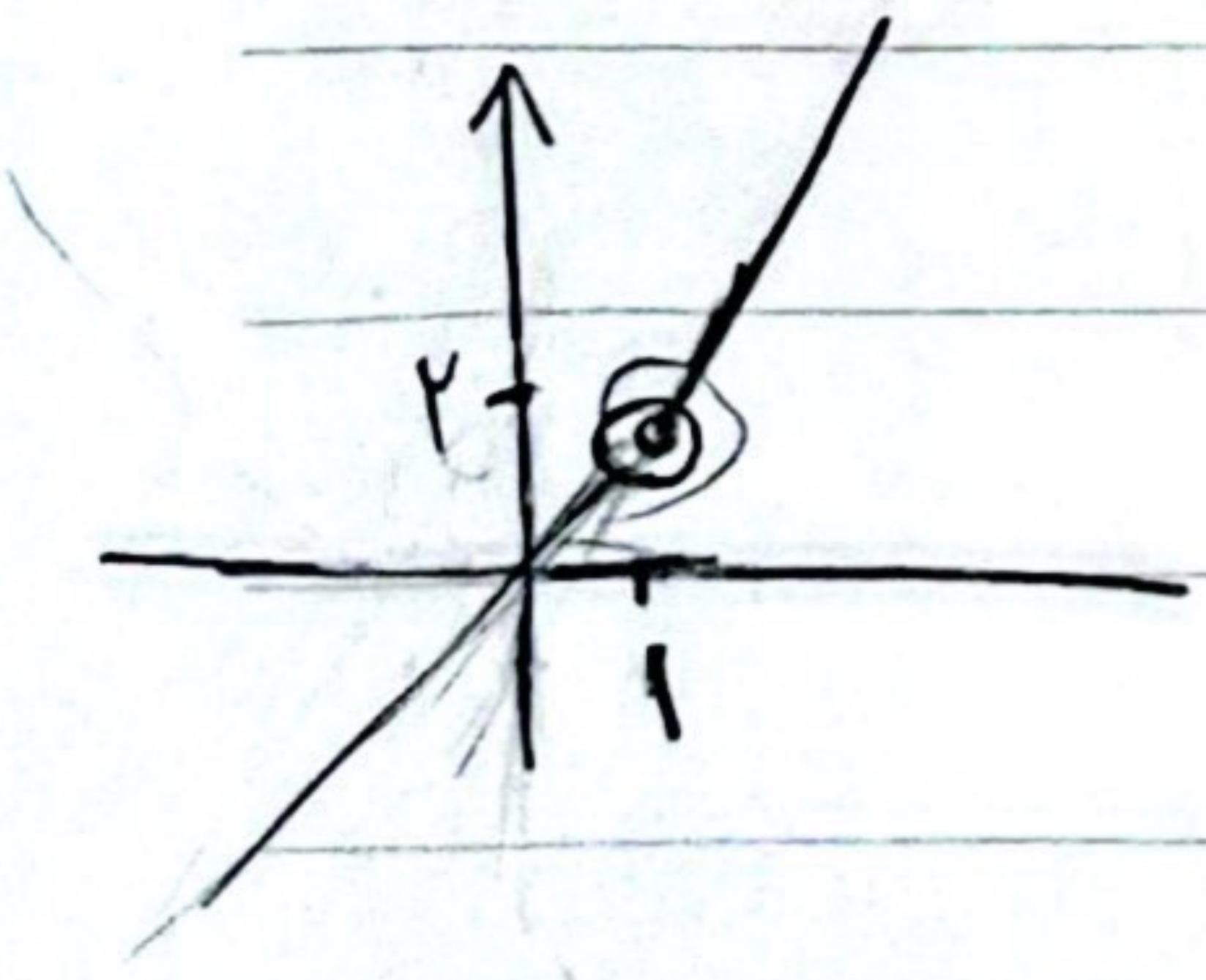
$\Uparrow$

$(۲,۳) = (m,۳)$

---

۲) $f(x) = \begin{cases} ۳x - ۱ ; & x \geq ۱ \\ x + a ; & x < ۱ \end{cases}$

حدود a زیرا دامنه ⊥ را ندارد



$\Downarrow$

if $x = ۱ \Rightarrow ۱ + a \leq ۲ \Rightarrow a \leq ۱$

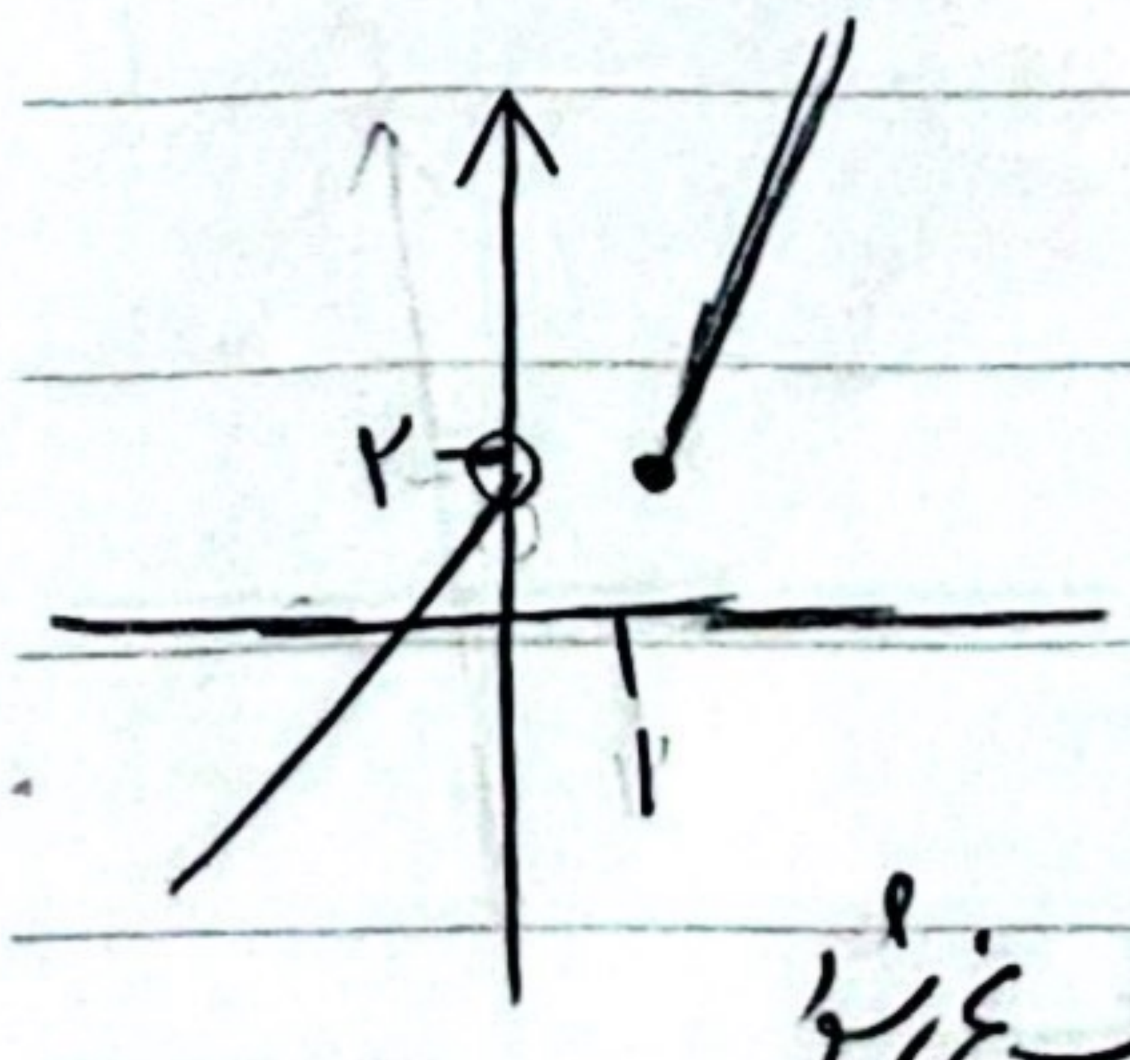
(I)

$\Downarrow$

$a \in (-\infty, ۱]$

---

۳) $f(x) = \begin{cases} ۳x - ۱ ; & x \geq ۱ \\ ax + a - ۱ ; & x \leq ۰ \end{cases}$



$\Rightarrow a > ۰ \nearrow (I)$

$\Downarrow$

اگر شیب منفی باشد یک به یک نمی شود

if $x = ۰ \Rightarrow a - ۱ = f(x)$

$a - ۱ < ۲$

$\Downarrow$

$a < ۳ \nearrow (II)$

$(I) \cap (II) = ۰ < a < ۳ = (۰,۳)$

Subject:
Year: Month: Date:

(۴

الف) $y = x^3 + 2$

$x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \Rightarrow x_1^3 = x_2^3 \Rightarrow x_1 = x_2$

یک به یک است

تابع معکوس $\Rightarrow x = y^3 + 2 \Rightarrow x - 2 = y^3 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$

ب) $y = x^2 - 4x + 2$

$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(2) = 16 - 8 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ ۲ ریشه دارد

یک به یک نیست

(۵

الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow$ توابع هموگرافیک یک به یک هستند $\Rightarrow$ روش تشریحی

$x = \frac{3y+1}{y-2}$

$\Downarrow$

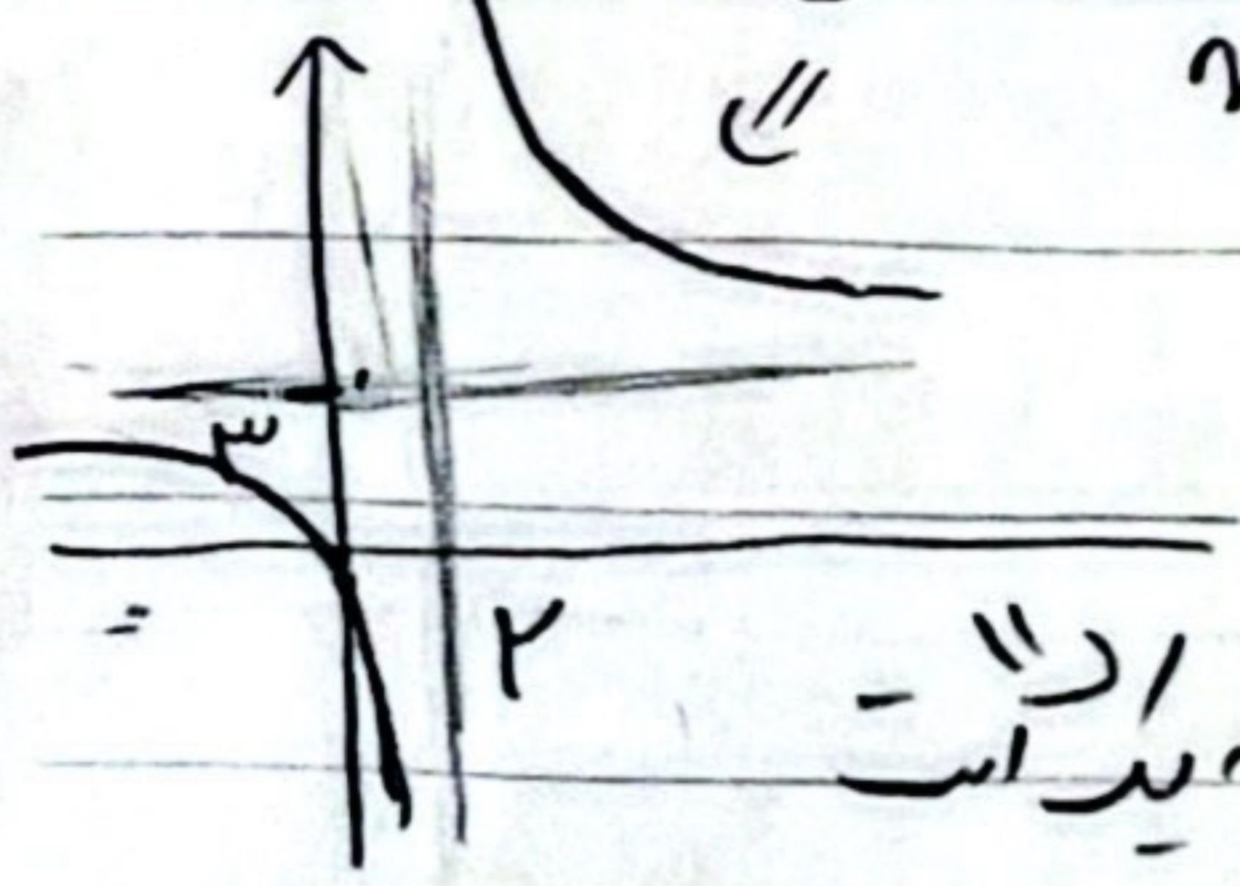
$xy - 2x = 3y + 1$

$xy - 3y = 2x + 1$

$y(x-3) = 2x + 1$

$\Downarrow$

$\boxed{y = \frac{2x+1}{x-3}}$



مجانب افقی $= \frac{a}{c} = 3$

مجانب عمودی $= 2$

یک به یک است

۲) روش میانبر $\Rightarrow -\frac{dx-b}{cx-a} = -\frac{-2x-1}{x-3}$

$\Rightarrow y = \frac{2x+1}{x-3}$

ب) $y = \frac{4+2x}{x+2} \Rightarrow y = \frac{2\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}}$

تابع ثابت است $\Rightarrow$ و یک به یک نیست

SEVIL

۶

الف) $y = \sqrt{x-۳}$

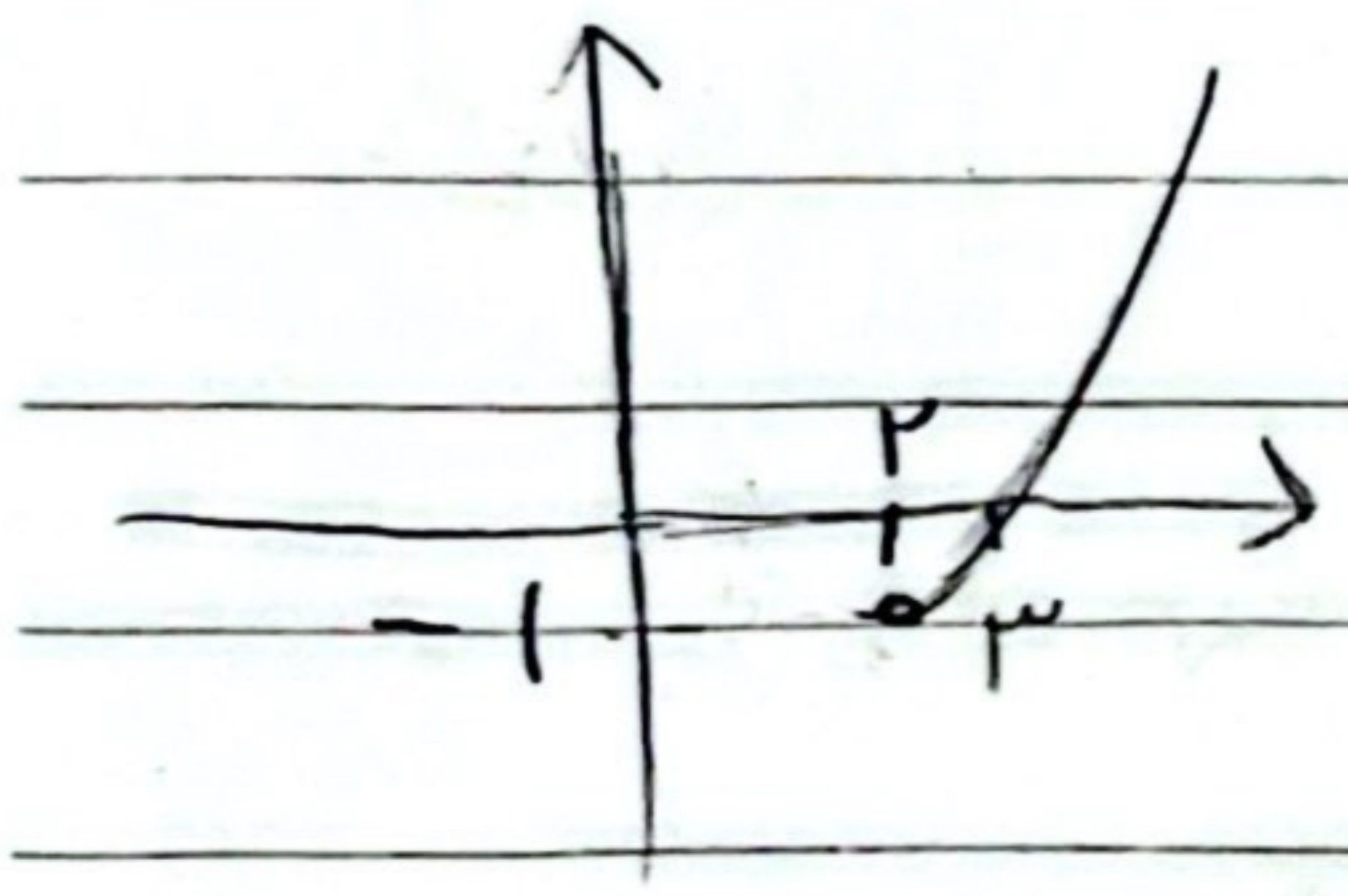
$$\sqrt{x_1-۳} = \sqrt{x_2-۳}$$

$$x_1-\cancel{۳} = x_2-\cancel{۳} \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$$ تابع یک به یک است

$$x = \sqrt{y-۳} \Rightarrow x^۲ = y-۳ \Rightarrow y = x^۲+۳$$

ب) $y = x^۲-۴x+۳ \;,\; x \in [۲,+\infty)$

$$(x-۳)(x-۱)$$



$\Rightarrow$ یک به یک است $\Rightarrow x = y^۲-۴y+۳$

$$x = y^۲-۴y+۳+۱-۱$$

$$x+۱ = (y-۲)^۲ \Leftarrow x = (y-۲)^۲-۱$$

$$\pm\sqrt{x+۱} = y-۲ \Rightarrow y = ۲\pm\sqrt{x+۱}$$

۷)

$$f(x) = x+\sqrt{x} \Rightarrow (۰ ; +\infty)$$

$$f^{-1}(x) = ax+b-\sqrt{x-c}$$

$$a+۲b+۴c = ? \Rightarrow ۱+۱-۱ = \text{①}$$

$$x = y+\sqrt{y} \quad \sqrt{y} = t \Rightarrow x = t^۲+t \Rightarrow t^۲+t-x = ۰$$

$$\Rightarrow t = \frac{-۱\pm\sqrt{۱+۴x}}{۲} \xrightarrow{t=\sqrt{y},\ \sqrt{y}\geq ۰} t = \frac{-۱+\sqrt{۱+۴x}}{۲}$$

$$\Rightarrow y = \left(\frac{-۱+\sqrt{۱+۴x}}{۲}\right)^۲ \Rightarrow ax+b-\sqrt{x-c} = \frac{۱+۱+۴x-۲\sqrt{۱+۴x}}{۴}$$

$$۴ax+۴b-۴\sqrt{x-c} = ۲+۴x-۲\sqrt{۱+۴x} \Rightarrow a = ۱ ,\; b = \frac{۱}{۲} ,\; c = -\frac{۱}{۴}$$

$$-۴\sqrt{x-c} = -۲\sqrt{۱+۴x} \Rightarrow ۲\sqrt{x-c} = \sqrt{۱+۴x} \Rightarrow ۴x-۴c = ۱+۴x$$

(۸

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^۲-۲}}$$

$$\frac{x_۱}{\sqrt{x_۱^۲-۲}} = \frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^۲-۲}} \Rightarrow \frac{x_۱^۲}{x_۱^۲-۲} = \frac{x_۲^۲}{x_۲^۲-۲} \Rightarrow \cancel{x_۲^۲x_۱^۲}-۲x_۱^۲ = \cancel{x_۲^۲x_۱^۲}-۲x_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۲x_۱^۲ = ۲x_۲^۲ \Rightarrow x_۱ = \pm x_۲$$

الف) ولی y نمی‌تواند دو x مختلف العلامت داشته باشد

$\Downarrow$ $x_۱ = x_۲$

چون مخرج همواره $\oplus$ است

ب) $\xRightarrow{\text{معکوس}}$ $x = \dfrac{y}{\sqrt{y^۲-۲}}$

$$\Rightarrow x^۲ = \frac{y^۲}{y^۲-۲} \Rightarrow x^۲y^۲ - ۲x^۲ = y^۲$$

$$\Rightarrow x^۲y^۲ - y^۲ = ۲x^۲ \Rightarrow y^۲(x^۲-۱) = ۲x^۲ \Rightarrow y^۲ = \frac{۲x^۲}{x^۲-۱}$$

$$\Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{۲x^۲}{x^۲-۱}} \xRightarrow{x,y \text{ هم‌علامت}} \boxed{y = \frac{\sqrt{۲}\,x}{\sqrt{x^۲-۱}}}$$

(۹

$$f^{-۱}(x) = \frac{x}{۱+|x|} \qquad g(x) = \sqrt{x}-۱$$

$$f\left(-\frac{۲}{۵}\right) + g^{-۱}\left(-\frac{۲}{۵}\right) = \frac{-۲}{۳} + \frac{۹}{۲۵} = \frac{-۵۰+۲۷}{۷۵} = \boxed{\frac{-۲۳}{۷۵}}$$

①

$$\frac{-۲}{۵} = f^{-۱}(x) \Rightarrow \frac{-۲}{۵} = \frac{x}{۱+|x|} \Rightarrow -۲-۲|x| = ۵x$$

$$\begin{cases} ۵x+۲x = -۲ \Rightarrow x = -\frac{۷}{۵} \\ ۵x-۲x = -۲ \Rightarrow \boxed{x = -\frac{۲}{۳}} \end{cases}$$

if ← غ ق ق زیرا $|x| \neq x$ در صورتی که فرض این بود

②

$$-\frac{۲}{۵} = g(x) \Rightarrow \frac{-۲}{۵} = \sqrt{x}-۱$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{۳}{۵} = \sqrt{x} \Rightarrow \Rightarrow \boxed{x = \frac{۹}{۲۵}} = g^{-۱}\left(-\frac{۲}{۵}\right)$$

(۱۵

$f^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-1} \Rightarrow \boxed{f(x)} \Rightarrow x=\sqrt[۳]{y-1} \Rightarrow x^{۳}=y-1$

$f(x)=x^{۳}+1$ (ل

$g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)} = x^{۳}+1+\sqrt{x^{۳}+1}$

$g^{-1}(۱۲)=۲$

$۱۲ = x^{۳}+1+\sqrt{x^{۳}+1}$

$\Downarrow$

$۱۲ = g(x)$

$\Uparrow$

$\underbrace{x^{۳}+1}_{t^{۲}}+\underbrace{\sqrt{x^{۳}+1}}_{t}-۱۲=۰$

$t^{۲}+t-۱۲=۰ \Rightarrow (t+۴)(t-۳)=۰$

$\Downarrow$

$\cancel{t=-۴}$ و $t=۳$

$\Leftarrow \sqrt{x^{۳}+1}=۳ \Leftarrow$

$x^{۳}+1=۹$

$\Uparrow$

$x^{۳}=۸ \Rightarrow \boxed{x=۲}$