

بررسی تابع بازدهی نسبت به A تکلیف داده شده

الف) $f = \{(3, 2), (n, a), (3, n^2 - n), (m, 2), (1, -1)\}$ ①

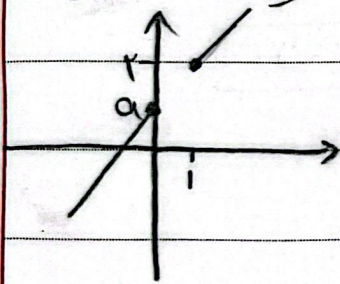
$m = 3$ $n^2 - n = 2 \Rightarrow n^2 - n - 2 = 0 \Rightarrow (n+1)(n-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = -1 \end{cases}$ ✓

تحقیق $n = -1$

$f = \{(1, -1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 3)\}$

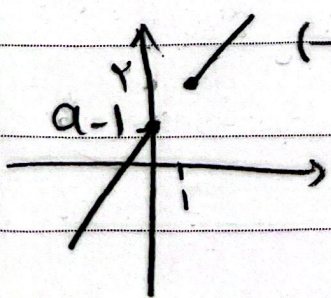
$m = 2$ $m-1 \Rightarrow 2-1=1 \Rightarrow a = -1$ $a+2 \Rightarrow -1+2=1 \Rightarrow n = 2$

② ضمیمه‌ی تابع بالایی تابع خطی $y = 3x - 1$ است و برد آن $[2, +\infty)$ می‌باشد.
ضمیمه‌ی پایینی هم خطی است و برد آن تابع آنرا خواهد بود که برابر با $y = 3x - 1$ باشد.



برای $x = 2$ به ازای $x \leq 2$ برابر است با a و a $a = 5$ $a = 5$ $a = 5$

③ ضمیمه‌ی تابع بالایی خطی $y = 3x - 1$ است و برد آن $[2, +\infty)$ است و ضمیمه‌ی پایینی هم تابع خطی است و برد آن آنرا خواهد بود که برابر با $y = 3x - 1$ باشد.
ضمیمه‌ی پایینی (a) و برد آن ضمیمه‌ی پایینی را خواهد بود که برابر با $y = 3x - 1$ باشد.



برای $x = 2$ به ازای $x \leq 0$ برابر است با $a-1$ و $a-1$ $a-1$ $a-1$ $a-1$

$\begin{cases} a-1 < 2 \Rightarrow a < 3 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 3$

$$\sqrt{u} = t \Rightarrow f(u) = t^2 + t \quad \text{---} \quad f(u) \Rightarrow y = t^2 + t + \frac{1}{t} - \frac{1}{t} \quad (v)$$

$$\Rightarrow (t + \frac{1}{t})^2 - \frac{1}{t^2} = y \Rightarrow y = (\sqrt{u} + \frac{1}{\sqrt{u}})^2 - \frac{1}{u} \Rightarrow u = (\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}})^2 - \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow u + \frac{1}{y} = (\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}})^2 \Rightarrow \pm \sqrt{u + \frac{1}{y}} = \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{y}} \Rightarrow +\sqrt{u + \frac{1}{y}} - \frac{1}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}$$

$$\Rightarrow y = u + \frac{1}{y} - \sqrt{u + \frac{1}{y}} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{y} \\ c = -\frac{1}{\sqrt{y}} \end{cases}$$

$$a + 2b + 3c \Rightarrow 1 + 1 - 1 = 1$$

$$y = \frac{u}{\sqrt{u^2 - 1}} \quad f(u_1) = f(u_2) \Rightarrow \frac{u_1}{\sqrt{u_1^2 - 1}} = \frac{u_2}{\sqrt{u_2^2 - 1}} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{u_1^2}{u_1^2 - 1} = \frac{u_2^2}{u_2^2 - 1} \Rightarrow u_1^2 u_2^2 - 2u_1^2 = u_1^2 u_2^2 - 2u_2^2$$

$$\Rightarrow u_1^2 = u_2^2 \Rightarrow u_1 = \pm u_2$$

$$u_1 = u_2 \leftarrow \text{if } u_1 = -u_2 \text{ then } y = \frac{u_1}{\sqrt{u_1^2 - 1}} = \frac{-u_2}{\sqrt{u_2^2 - 1}} = -y$$

$$f(u) \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 1}} \Rightarrow u^2 = \frac{y^2}{y^2 - 1} \Rightarrow y^2 u^2 - 2u^2 = y^2 \Rightarrow$$

$$y^2 u^2 - y^2 = 2u^2 \Rightarrow y^2 = \frac{2u^2}{u^2 - 1} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{2u^2}{u^2 - 1}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2} u}{\sqrt{u^2 - 1}}$$

$$\text{if } u > 0 \Rightarrow y = \frac{u}{1+u} \Rightarrow y(1+u) = u \Rightarrow y + yu = u \Rightarrow$$

$$y = u(1-y) \Rightarrow u = \frac{y}{1-y}$$

$$\text{if } u < 0 \Rightarrow y = \frac{u}{1-u} \Rightarrow y(1-u) = u \Rightarrow y - yu = u \Rightarrow y = u(1+y)$$

$$\Rightarrow u = \frac{y}{1+y} \quad f(u) = \begin{cases} \frac{u}{1-u} & u \geq 0 \\ \frac{u}{1+u} & u < 0 \end{cases}$$

$$g(u) = \sqrt{u} - 1 \Rightarrow y = \sqrt{u} - 1 \Rightarrow y + 1 = \sqrt{u} \Rightarrow u = (y+1)^2 \Rightarrow g^{-1}(u) = (u+1)^2$$

$$g^{-1}(-\frac{1}{\omega}) \Rightarrow (-\frac{1}{\omega} + 1)^2 = \frac{1}{\omega^2}$$

$$-\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega} = \frac{-1}{\omega}$$

$$f^{-1}(u) = \sqrt[p]{u-1} \Rightarrow y^p = u-1 \Rightarrow u = y^p + 1$$

(12)

$$\Rightarrow f(x) = u^p + 1$$

$$g(u) = f(x) + \sqrt{f(x)} = (u^p + 1) + \sqrt{u^p + 1} \Rightarrow z = \sqrt{u^p + 1}$$

$$\Rightarrow u^p + 1 = z^2 \Rightarrow y = z^2 + z \Rightarrow z^2 + z - y = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2} \quad \sqrt{u^p+1} \geq 0 \Rightarrow z = \frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2}$$

$$\Rightarrow u^p + 1 = z^2 \Rightarrow u^p = z^2 - 1 \Rightarrow u = \sqrt[p]{z^2 - 1}$$

$$\Rightarrow u = \sqrt[p]{\left(\frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2}\right)^2 - 1} \Rightarrow g^{-1}(u) = \sqrt[p]{\left(\frac{-1 + \sqrt{1+4y}}{2}\right)^2 - 1}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(12) = \sqrt[p]{\left(\frac{-1 + \sqrt{1+49}}{2}\right)^2 - 1} = \sqrt[p]{1} = 1$$