۱- الف) $f=\{(3,2),(x,5),(3,x^2-x),(m,2),(-1,4)\}$

$3,2 \Rightarrow m,2 \to m=3$

$3,2 \Rightarrow 3,x^2-x \to x(x-1)=2 \Rightarrow x=-1,2$

$x,5 \Rightarrow (-1,4)$ رد می‌شود -1 $\Rightarrow \boxed{2=x}$

ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

$(2,3) \Rightarrow (m,3) \Rightarrow m=2$

$(-1,1) \Rightarrow (a, \cancel{2}-1) \Rightarrow a=-1$

$-1+2, n = 1,2 \Rightarrow \boxed{n=2}$

۲- $3x-1;\ x\ge 1 \xrightarrow{\text{برد}} [2,+\infty)$

$x+a;\ x<1 \xrightarrow{\text{برد}} (-\infty,a+1)$

برد R شود

$a+1\le 2$

$\boxed{a\le 1}$

۳- $3x-1 \quad x\ge 1 \xrightarrow{\text{برد}} [2,+\infty)$

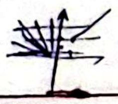
$a(x+1)-1$

$\to a=0 \to a=0$ ✗ به ازای a صفر ← نمودار

$\to a>0 \to a>0$ ✓ $\Rightarrow$ مثلا $a=3 \Rightarrow R_2=(-\infty,a-1]$

$\to a<0 \to$ ✗

اگر a منفی باشد ← یکبه‌یک نیست



$a-1<2$

$a<3$

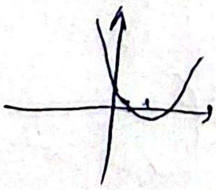
$\Rightarrow \boxed{0<a<3}$

۴- الف) $y=x^3+2 \Rightarrow y_1=x_1^3+2,\ y_2=x_2^3+2 \Rightarrow y_1=y_2 \Rightarrow x_1^3+2=x_2^3\cancel{+2} \Rightarrow x_1^3=x_2^3$

$x=y^3+2 \Rightarrow x-2=y^3 \Rightarrow \boxed{\sqrt[3]{x-2}=y}$ $\Rightarrow \boxed{x_1=x_2}$

است

ب) $x^2-4x+2 \longrightarrow$ راس $=\frac{-b}{2a}=2$



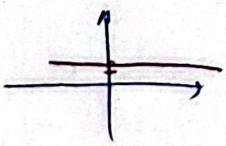
نیست

۵- الف) تابع هموگرافیک است $\Rightarrow$ یکبه‌یک

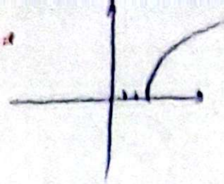
$x=\frac{3y+1}{y-2} \Rightarrow xy-2x=3y+1 \Rightarrow xy-3y=1+2x$

$=y(x-3)=1+2x \Rightarrow \boxed{y=\frac{1+2x}{x-3}}$

ب) $\frac{4+2x}{x+2}=\frac{2(2+x)}{x+2}=2=y$



۶- الف) $y=\sqrt{x-3}$ ←

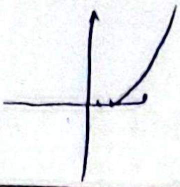


یک به یک است

$x=\sqrt{y-3}$ در $x^2=y-3 \to \boxed{x^2+3=y}$

ب) $y=x^2-4x+3\ ,\ x\in[2,+\infty)$

$\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2$



یک به یک است

$x=y^2-4y+3$

$x=y^2-4y+3+1-1$

$x=(y-2)^2-1$ در $(y-2)^2=x+1$

$y-2=\sqrt{x+1} \to \boxed{y=2+\sqrt{x+1}}$

۷- $x=y+\sqrt{y}$ در $x-y=\sqrt{y} \to x^2+y^2-2xy=y \to y^2-y(2x+1)+x^2=0$

$$\frac{2x+1\pm\sqrt{(2x+1)^2-4(1\times x^2)}}{2(1)}=\frac{2x+1\pm\sqrt{4x^2+4x+1-4x^2}}{2}$$

برای علامت + ← مثبت برد $[0,+\infty)$ را نقض می‌کند چون کمترین مقدار آن اما باید

− ← برای منفی بازه نقض می‌شود پس علامت منفی است

$2x+1-\sqrt{4x^2+4x+1-4x^2}$

$x+\frac12-\sqrt{\frac{4x+1}{4}}$ در $a=1$ ، $b=\frac12$ ، $c=\frac14$

$1+1+1=\boxed{3}$

۸- $\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}=y \Rightarrow \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}=\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} \Rightarrow \frac{x_2^2}{x_2^2-2}=\frac{x_1^2}{x_1^2-2}$ در $\cancel{x_2^2x_1^2}-2x_2^2=\cancel{x_1^2x_2^2}-2x_1^2$

$2x_2^2=2x_1^2$

$x_2^2=x_1^2$

$x_2=\pm x_1 \to$ یک به یک نیست

۹- $y=\frac{x}{1-|x|} \to \frac{y}{1+|y|}=-\frac25 \to \frac{y}{1-y} \Rightarrow y=-\frac23$

منفی است

$g^{-1}(-\frac25)=(-\frac25+1)^2=\frac35{}^2=\frac{9}{25}$

$\frac{9}{25}+(-\frac23)=\frac{-50+27}{75}=\boxed{\frac{-23}{75}}$

۱۰- $a=g^{-1}(12) \Rightarrow g(a)=12$

$12=F(a)+\sqrt{F(a)}$

$u=\sqrt{F(a)}$

$u\geq 0$

$\Rightarrow 12=u^2+u$

$u^2+u-12=0$

$(u+4)(u-3)=0$

$u=-4$ غ ق ق

$u=3=\sqrt{F(a)}$

$F(a)=3^2=9$

$a=F^{-1}(9)=\sqrt{9-1}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\boxed{g^{-1}(12)=2\sqrt{2}}$