نام و نام خانوادگی ......ترنم امیران...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...10... کلاس ......A......

۱۹٫۲۵

1

الف) $f=\{(3,2)(\cancel{n},5)(3,\cancel{n^2-n})(\cancel{m},2)(-1,4)\}$
$\to (3,2) \to (3, n^2-n) \to n^2-n=2 \to \boxed{n=2}$
$\to (2,2) \to (m,2) \to \boxed{m=2}$

ب) $f=\{(-1,1)(1,2)(2,3)(\cancel{a},\cancel{m-1})(\cancel{a+2},\cancel{n})(\cancel{m},3)\}$
$-1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 2$
$\to (2,3) \to (m,3) \to \boxed{m=2}$
$\to (a, m-1) \to m-1 \to 1 \to (-1,1)$
$\to \boxed{a=-1}$
$\to (a+2, n) \to a+2 \to 1 \to (1,2) \to \boxed{n=2}$

۲

2

$f(x)=\begin{cases} 3x-1 & x\geq 1 \to f(1)=(1,2) \\ x+a & x<1 \to f(1)=(1, 1+a) \to 1+a=2 \to \boxed{a=1} \end{cases}$

$\to a \geq 1 \xrightarrow{if} a=2 \to (0,2) \to$ تابع نیست

$\to a \leq 1 \xrightarrow{if} f(-3)=-3+1=-2$ ✓ تابع

$a=-1 \to (0,-1)$ ✓

$\to \boxed{a \leq 1}$

۲

3

$f(x)=\begin{cases} 3x-1 & x \geq 1 \to (1,2),(2,5) \\ ax+a-1 & x \leq 0 \to ax+a-1 \neq 2 \to ax+a \neq 3 \to a(x+1) \neq 3 \to a<3 \end{cases}$

$a>0$

$\to \boxed{0<a<3}$

۱٫۵

4

الف) $\underbrace{y=x^3+2} \to x^3=y-2 \to x=\sqrt[3]{y-2} \to f^{-1}(y)=\sqrt[3]{y-2} \to \boxed{f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-2}}$

$f(x_1)=f(x_2) \to x_1=x_2 \to x_1^3+2=x_2^3+2 \to x_1^3=x_2^3 \to x_1=x_2 \to$ یک به یک است ✓

۲

ب) $y=x^2-4x+2 \to f(x_1)=f(x_2) \to x_1=x_2 \to y \geq \min(f) \to x_1 \neq x_2 \to$ یک به یک نیست ✗

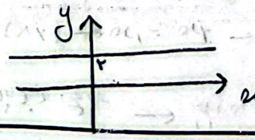
min دارد

5

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2} \to f(x_1)=f(x_2) \to x_1=x_2 \to \frac{3x_1+1}{x_1-2}=\frac{3x_2+1}{x_2-2}$
$\to 3x_1x_2-6x_1+x_2-2=3x_1x_2-6x_2+x_1-2$
$\to -6x_1+x_2=-6x_2+x_1 \to -6x_1+x_2-x_1+6x_2=0 \to -7x_1+7x_2=0$
$\to x_1=x_2 \to$ یک به یک است ✓

۲

معکوس $=y(x-2)=3x+1 \to x(y-3)=2y+1 \to y=\frac{2x+1}{x-3}$

ب) $\frac{4+2x}{x+2}=2 \to$  $\to$ ✗ یک به یک ✗ $\to$ وارون‌پذیر هم

$y=\sqrt{x-3} \to f(x_1)=f(x_2) \to x_1=x_2 \to \sqrt{x-3}=\sqrt{x-3} \to x-3=x-3$

$\to x=x \to$ ✓ یک به یک است $\to y=\sqrt{x-3} \to y^2=x-3 \to x=y^2+3 \to f^{-1}(x)=x^2+3 \to x\geq 0$

6

۲

$y=x^2-4x+3 \;,\; x\in[2,+\infty) \to f(x_1)=f(x_2) \to x_1=x_2 \to x^2-4x+3=x^2-4x+3$

$\to x(x-4)=x(x-4) \to x-4=x-4 \to x_1=x_2 \to$ ✓ یک به یک است $\to f^{-1}(x)=2+\sqrt{x+1} \;,\; x\in[-1,+\infty)$

$f(x)=\overset{t^2}{x}+\overset{t}{\sqrt{x}} \to (0,+\infty) \to y=t^2+t \to t^2+t-y=0 \to t=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+4y}}{2}$

$f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$ $\quad \xrightarrow{t=\sqrt{x}>0}$ + قبول $\to \dfrac{-1+\sqrt{1+4y}}{2} \to x=t^2=\left(\dfrac{-1+\sqrt{1+4y}}{2}\right)^2$

$a+2b+4c=?$

7

$\to x=y+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\underbrace{\sqrt{1+4y}}_{\sqrt{4(y+\frac{1}{4})}=2\sqrt{y+\frac{1}{4}}} \to f^{-1}(y)=y+\frac{1}{4}-\sqrt{y+\frac{1}{4}}$

۲

$ax+b-\sqrt{x-c}$

$\xrightarrow[x \text{ به } y]{\text{تغییر متغیر از}} f^{-1}(x)=x+\frac{1}{4}-\sqrt{x+\frac{1}{4}} \to \boxed{a=1,\; b=\frac{1}{4},\; c=-\frac{1}{4}} \to 1+1-1=1$

$y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-2}} \to \dfrac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\dfrac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \to \dfrac{x_1^2}{x_1^2-4}=\dfrac{x_2^2}{x_2^2-4} \to \cancel{x_1^2x_2^2}-4x_1^2=\cancel{x_2^2x_1^2}-4x_2^2$

$\to x_1^2=x_2^2 \to x_1=\pm x_2 \xrightarrow[\text{با توجه به}]{} x_1=x_2$ ✓ یک به یک

اینکه ظاهراً x و y هم علامت هستند

8

۱/۷۵

$x^2=+\dfrac{2y^2}{y^2-1}=y^2=\dfrac{2x^2}{x^2-1} \to y=\pm\dfrac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^2-1}} \xrightarrow[\text{هم علامت}]{y \text{ و } x} y=\dfrac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^2-1}}$ $\quad \sqrt{2}\,x$

$f^{-1}(x)=\dfrac{x}{1+|x|} \to f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1-x} & x\geq 0\\ \dfrac{x}{1+x} & x<0\end{cases} \to \dfrac{-\frac{2}{5}}{1+(-\frac{2}{5})}=\dfrac{-\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{2}{3}$

$g(x)=\sqrt{x}-1 \to y=\sqrt{x}-1 \to y+1=\sqrt{x} \to x=(y+1)^2 \to g^{-1}(x)=(x+1)^2$

9

$f(-\frac{2}{5})+g^{-1}(-\frac{2}{5}) \to g^{-1}(\frac{2}{5})=(-\frac{2}{5}+1)^2=(\frac{3}{5})^2=\frac{9}{25}$

۲

$\Rightarrow -\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=\dfrac{-50+27}{75}=-\dfrac{23}{75}$

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \to f^{-1}(y)=\sqrt[3]{y-1}=x \to y-1=x^3 \to y=x^3+1 \to f(x)=x^3+1$

۲

$g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)} \to x^3+1+\sqrt{x^3+1} \to x^3+1+\sqrt{x^3+1}=12 \to y^2+y=12$

$y^2=x^3+1$

10

$g^{-1}(12) \quad \to y^2+y-12=0 \to \dfrac{-1\pm\sqrt{49}}{2}=\dfrac{-1\pm 7}{2}$ $\to 3$ ✓ $\to y=\sqrt{x^3+1}\geq 0 \to \boxed{y=3}$; $\to -4$ ✗

$\to y^2=x^3+1 \to 9=x^3+1 \to x^3=8 \to x=2 \to \boxed{g^{-1}(12)=2}$

Scanned with
CamScanner