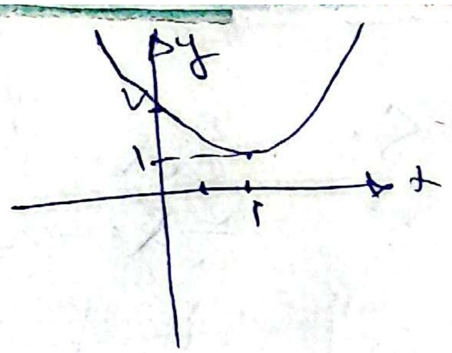
علمی

۱ الف $y = x^2 - 4x + 7$



$a = 1 ,\ a > 1$

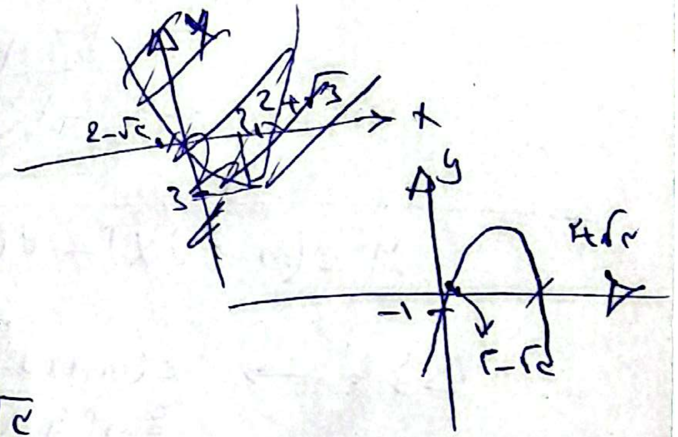
$\Delta < 0$

$x_s = \frac{4}{2} = 2$

$y_s = 1$

---

۲ ب $y = -x^2 + 4x - 1$



$a < 0$

$\Delta < 0$

$x_s = \frac{-4}{-2} = 2$

$y_s = 3$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2} \Rightarrow x_1 = \frac{4 + \sqrt{12}}{2} = 2 + \sqrt{3}$

$x_2 = \frac{-4 + \sqrt{12}}{-2} = 2 - \sqrt{3}$

$y = 2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

۳ الف $\Delta > 0 \rightarrow (m+1)^2 - 8(\frac{1}{2}m + 2)$

$m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 > 0$

$m^2 - 2m - 15 > 0$

$(m-5)(m+3)$

m		-3		5	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$m < -3 ,\ m > 5$

ب $\Delta = 0 \rightarrow m = -3 ,\ m = 5$

ج $\Delta < 0 \rightarrow -3 < m < 5$

د $\Delta \geq 0 \rightarrow m \leq -3 ,\ m \geq 5$

---

۴ $(x_1 , x_2) < 0 \rightarrow \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{+15}{m-2} > 0 \rightarrow m > 2$

$x_1 + x_2 < 0 \quad -\frac{b}{a} < 0 \rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2} < 0 \quad m < -1$

m		-1		2	
$m+1$	$-$		$+$		$+$
$m-2$	$-$		$-$	0	$+$
	$+$		$-$		$+$

$\rightarrow \boxed{m > 2}$

۳-الف

جواب ندارد

اولی صفر نمیشود

اشتراک $m > 2$

نفی $-1 < m < 2$

۳ ب

$x_1 + x_2 < ۰ \quad -\frac{b}{a} < ۰ \quad \frac{۲(m+۱)}{m-۲} < ۰$

$x_1 x_2 < ۰ \quad \frac{c}{a} \not< ۰ \rightarrow \frac{۱۵}{m-۲} \not< ۰ \rightarrow m \not< ۲$

m		-۱		۲	
m+۱	-	۰	+		+
m-۲	-		-	۰	+
	+		-		+

ب $\boxed{-۱ < m < ۲}$

$y = (m-۲)x^2 - ۲(m+۱)x + ۱۵$

$\Delta > ۰ \rightarrow ۴(m+۱)^2 - ۴۰(m-۲) > ۰$

$۴m^2 + ۸m + ۴ - ۴۰m + ۸۰ > ۰$

$m^2 - ۸m + ۲۱ > ۰ \longrightarrow$ همواره +

۴

$\frac{c}{a} < ۰ \rightarrow \frac{۱۵}{m-۲} < ۰ \rightarrow (m < ۲)$

$\boxed{m < ۲}$

ب) $x_S = -۲ \rightarrow \frac{\cancel{۲}(m+۱)}{\cancel{۲}(m-۲)} = -۲ \rightarrow -۲m + ۴ = m + ۱$

$\boxed{m = ۱}$

(5) $\frac{2}{3}x^2 - (2\sin\alpha)X + \frac{3}{2} = 0$

$\Delta \geq 0 \longrightarrow 4\sin^2\alpha - 4(\cancel{\tfrac{3}{2}})(\cancel{\tfrac{2}{3}}) \geq 0$

$\frac{c}{a} > 0 \qquad 4\sin^2\alpha - 4\cancel{\cos} \geq 0$

$4\sin^2\alpha - 4 = -4\cos^2\alpha \geq 0 \longrightarrow$

$\Delta = 0$ فقط امکان پذیر است.

$\cos\alpha = 0 \longrightarrow \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots$

$-\frac{b}{a} > 0 \longrightarrow \frac{2\sin\alpha}{\frac{2}{3}} = 3\sin\alpha > 0 \to (\alpha = \frac{\pi}{2})$ $\boxed{x = \frac{3}{2}}$

$\boxed{\alpha = \frac{\pi}{2}} \longrightarrow \frac{2}{3}x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = (x - \frac{3}{2})^2 = 0$

---

(6) $y = \frac{(3x+1)(\cancel{x-1}) * (\cancel{x+1})(2x-5)(-1)}{(\cancel{x+1})(\cancel{x-1})} = (3x+1)(2x-5)(-1)$

$x \neq 1$ ،

$x \neq -1$

$f(x) = -6x^2 + 13x + 5 \qquad \boxed{y_S = \frac{-\Delta}{4a} = 12}$

$x_S = \frac{+13}{12} \rightarrow y_S = \cancel{-\frac{6\times 1}{144\times 12} + \frac{1}{12}} + 1$

$= \cancel{\frac{1}{24} + \frac{2}{24} + \frac{24}{24}} = \frac{25}{24}$

$\cancel{y_{max} = \frac{25}{24}}$

---

(7) $mx^2 - (m+2) - 2 = 0$

$3(\alpha+\beta) - 5\alpha\beta = 7 \qquad \alpha^2 + \beta^2 = ?$

$\frac{3(m+2)}{m} + \frac{10}{m} = 7 \rightarrow 3m + 6 + 10 = 7m$

$\boxed{m = 4}$

$4x^2 - 6x - 2 = 0 \rightarrow (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = (\frac{6}{4})^2 - 2(\frac{-2}{4})$

$= \frac{36}{16} + 1 = \frac{13}{4}$

$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{4}$

(8) $\dfrac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}=?$ $\qquad x^2-5x+2=0$

$\alpha+\beta=5$

$\alpha\beta=2\rightarrow\alpha=\dfrac{2}{\beta}\rightarrow\beta+\dfrac{2}{\beta}=5$

$\beta^2+2\beta$

$$\begin{cases}\beta^2-5\beta+2=0\\ \beta^2=5\beta+2\\ 5\beta^2=25\beta+10 \checkmark (1)\end{cases}$$

$\alpha=5-\beta \checkmark (2)$

$$\frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}=\frac{20-4\beta+\beta^5}{5\beta^2}=\frac{20-4\beta+\beta(\beta^2)^2}{25\beta+10}$$

$20-4\beta+\beta(25\beta^2+20\beta+4)$

$(125\beta+200+4)$

$\beta^5=(\beta^2)^2\times\beta=(\beta^2-5\beta+2)^2\times\beta=$

$\beta^2=5\beta+2\longrightarrow\beta^4=25\beta^2+20\beta+4$

$=125\beta+50+20\beta+4$

$=145\beta+54$

$=145\beta^2+54\beta$

$=145(5\beta+2)+54\beta$

$=725\beta+290+54\beta$

$=779\beta+290+20-4\beta$

$\dfrac{4+\beta^6}{5\beta^6}$

$\beta^6=(5\beta+2)^3=$

$\beta^6=5\beta^2+2$

$\boxed{\beta^6=25\beta+10}$

$5(5\beta+2)$

(9)

$x=2 \rightarrow y=14 \rightarrow 14=4a+2b+4 \rightarrow 2a+b=5$

$x=-3 \rightarrow y=4 \qquad 4=9a-3b+4 \rightarrow 3a=b$

$c=4$

$$\begin{cases} 2a+b=5 \\ 3a=b \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} a=1 \\ b=3 \\ c=4 \end{array}$$

$f(x)=x^2+3x+4 \rightarrow \left(x_s=-\frac{3}{2}\right)$

---

(10)

مماس بودن در یک نقطه منحنی را قطع می‌کند ،

$x>0 \quad y=x$

$y=2x^2+(m+1)x+m+6$

$x=2x^2+(m+1)x+m+6 \rightarrow 2x^2+mx+m+6=0$

$\Delta=m^2-8(m+6)=0$

$m^2-8m-48=0$

$(m-12)(m+4)=0$

$m=-4$

$m=12$

$f(x)=2x^2-3x+2 \longrightarrow$ مماس $(1,1)$

$m=-4$

$f(x)=2x^2+13x+18 \longrightarrow$ غ‌ق‌ق $(-3,-3)$

$m=12$

$\boxed{\text{پس فقط } m=-4}$