تکلیف شمارهٔ ۱۲   یازدهم دختر A   ۱۹٫۵   سارینا سیدمحمدی

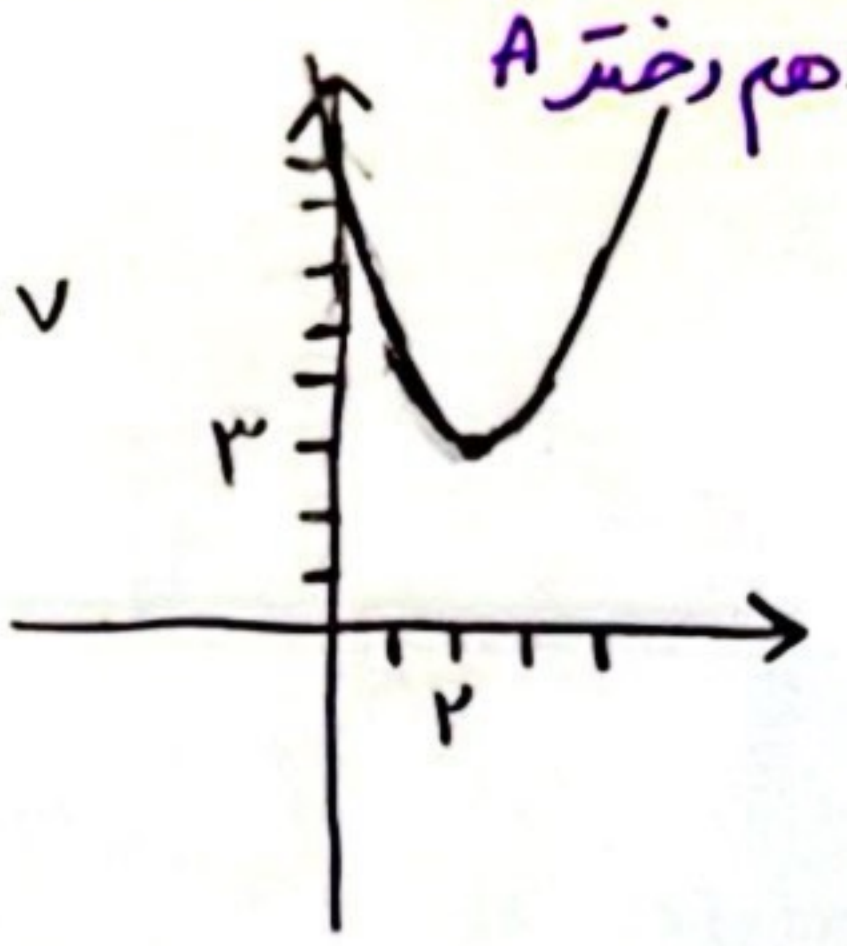
۱)

الف) $y = x^2 - 4x + 7$

$a > 0 \Rightarrow$ بالارو

$x_s = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$

$y_s = 3$

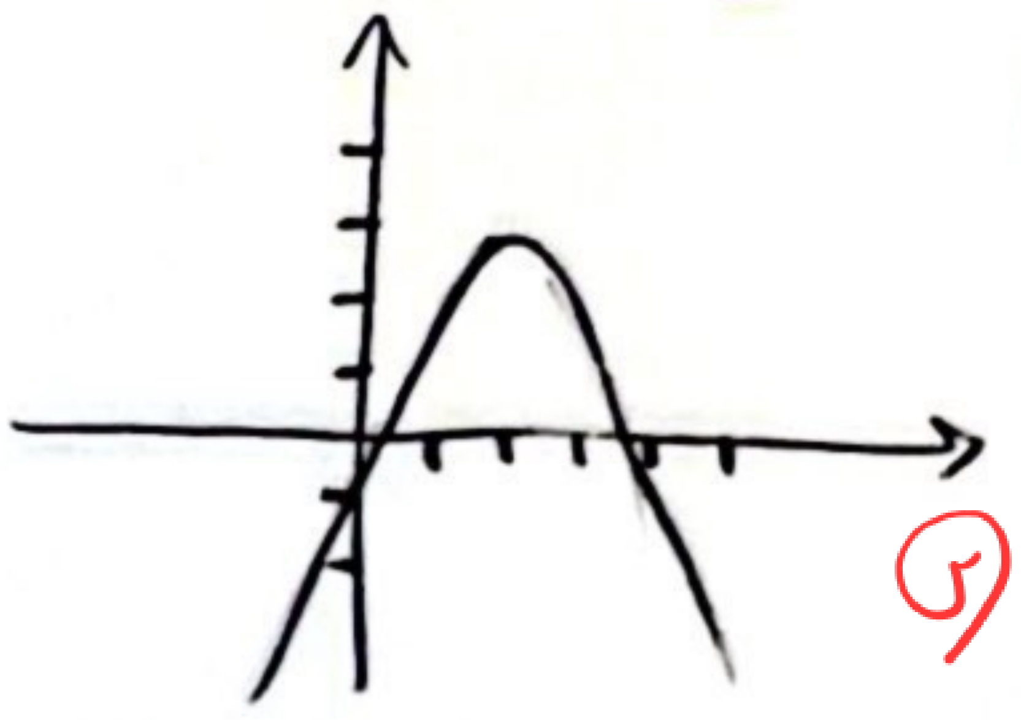


ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$a < 0 \Rightarrow$ پایین‌رو

$x_s = \frac{-(4)}{-2} = 2$

$y_s = 3$



۴

---

۳) جواره $\oplus$ $\Leftarrow \Delta < 0$

جای سوال ۳ و ۲ جابه‌جاست.

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$

الف) $\Rightarrow \Delta > 0$ و $P > 0$ و $S < 0 \Rightarrow (-2m-2)^2 - 4(m-2)(10) > 0 \Rightarrow 4m^2 - 32m + 84 > 0$

$P > 0 \Rightarrow \frac{10}{m-2} > 0 \Rightarrow \frac{\quad 2 \quad}{-\ \vert\ +} \Rightarrow (2, +\infty) = I$ $S < 0 \Rightarrow \frac{2m+2}{m-2} < 0$ $\frac{-1 \quad 2}{+\ \vert\ -\ \vert\ +}$ تن

$(II) \Leftarrow (-1, 2)$

$(I) \cap (II) = \varnothing$

۴

ب) جواره $\oplus$ $\Leftarrow \Delta > 0$ و $P < 0$ و $S < 0$ $(I) \cap (II) = (-1, 2) \Rightarrow m \in (-1, 2)$

$P < 0 \Rightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \Rightarrow \frac{\quad 2 \quad}{-\ \vert\ +} \Rightarrow (-\infty, 2)$ و (I) $S < 0 \Rightarrow \frac{2m+2}{m-2} < 0 \Rightarrow \frac{-1 \quad 2}{+\ \vert\ -\ \vert\ +}$ تن $\Rightarrow (-1, 2)$ (II)

---

۲) $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

الف) $\Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(2)(\frac{1}{2}m + 2) > 0$

$m^2 + 1 + 2m - 4m - 16 > 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 > 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) > 0$ $\frac{-3 \quad 5}{+\ \vert\ -\ \vert\ +}$

$\Rightarrow m \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

ب) $\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(2)(\frac{1}{2}m + 2) = 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) = 0$

$\Rightarrow m = 5$ و -3

۴

ج) $\Delta < 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \Rightarrow \frac{-3 \quad 5}{+\ \vert\ -\ \vert\ +} \rightarrow m \in (-3, 5)$

د) $\Delta \geq 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) \geq 0$ $\frac{-3 \quad 5}{+\ \vert\ -\ \vert\ +} \Rightarrow m \in (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

---

۴) $y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$ جواره $\oplus$

الف) $\Rightarrow \Delta > 0$ و $P < 0 \Rightarrow (-2m-2)^2 - 4(m-2)(10) > 0 \Rightarrow 4m^2 - 32m + 84 > 0$

$P = \frac{10}{m-2} < 0 \Rightarrow \frac{\quad 2 \quad}{-\ \vert\ +} \Rightarrow (-\infty, 2) \Rightarrow m < 2$

۴

ب) محور تقارن $\Rightarrow x = -2 \Rightarrow x_s = -2 \Rightarrow \frac{2m+2}{2m-4} = -2 \Rightarrow -4m + 8 = 2m + 2 \Rightarrow 6m = 6$

$\Rightarrow \boxed{m = 1}$

---

۵) $\frac{2x^2}{3} - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow$ یک ریشه مضاعف

وقتی یک ریشه داریم از طول فرمول ریشه‌ها $(\frac{c}{a})$ جذر یا مربع ریشه می‌شود

۴

$P = \frac{c}{a} = x^2 \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{4} = x^2 \Rightarrow x = \pm\frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{x = \pm\frac{3}{2}}$

۶)

$$y=\frac{\overset{(I)}{(۳x^۲-۲x-۱)}\overset{(II)}{(۲x^۲-۳x-۵)}}{۱-x^۲}=\frac{\overset{x^۲-۱}{\cancel{۳(x-۱)}}(x+\frac{۱}{۳})۲(x-\frac{۵}{۲})\cancel{(x+۱)}}{\boxed{-۱}\ ۱-\cancel{x^۲}}$$

$(I)\rightarrow a+b+c=۰ \Rightarrow x_۱=۱ \quad x_۲=-\frac{۱}{۳}$ $\quad = -۶(x+\frac{۱}{۳})(x-\frac{۵}{۲})$

$(II)\rightarrow a+c=b \Rightarrow x_۱=-۱ \quad x_۲=\frac{۵}{۲}$

$= -۶x^۲+۱۳x+۵ \Rightarrow \max = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-b^۲+۴ac}{۴a} = \frac{-۱۶۹+۴(-۶)(۵)}{-۲۴} = \frac{۲۸۹}{۲۱۴}$

۲

---

۷)

$mx^۲-(m+۲)x-۲=۰$

$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{m+۲}{m}=\frac{۴+۲}{۴}=\frac{۳}{۲}$

$۳(\alpha+\beta)=۵(\alpha\beta)+۷$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{-۲}{m}=\frac{-۲}{۴}=\frac{-۱}{۲}$

$۳(\frac{m+۲}{m})=۵(-\frac{۲}{m})+۷$

۲

$\frac{۳m+۶}{\cancel{m}}=\frac{-۱۰+۷m}{\cancel{m}} \Rightarrow ۴m=۱۶ \Rightarrow m=۴$

$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=\frac{۹}{۴}+۱=\boxed{\frac{۱۳}{۴}}$

---

۸)

$x^۲-۵x+۲=۰ \Rightarrow \alpha\beta=۲ \Rightarrow \alpha=\frac{۲}{\beta}$

$\alpha+\beta=۵$

حل و مجهول

$\frac{۴\alpha+\beta^۵}{۵\beta^۲}=\frac{\frac{۸}{\beta}+\beta^۵}{۵\beta^۲}=\frac{\frac{۸+\beta^۶}{\beta}}{۵\beta^۲}=\frac{۸+\beta^۶}{۵\beta^۳}=\frac{\overset{\cancel{۵\beta}}{\cancel{(\beta^۲+۲)}}(\beta^۴+۴-۲\beta^۲)}{\underset{\beta^۲}{\cancel{۵\beta^۳}}}$

۲

$\beta^۲-۵\beta+۲=۰ \Rightarrow \beta^۲+۲=۵\beta$ $\Big\} = \frac{\beta^۴+۴-۲\beta^۲}{\beta^۲} = \underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{}-۲ = ۲۱-۲ = \boxed{۱۹}$

$\frac{۴}{\beta^۲}=\alpha^۲$

$S^۲-۲P=۲۵-۴=۲۱$

---

۹)

$y_۲=۲x+۱۰$

$y_۱=ax^۲+bx+c$

۲

$x_۱=۲ \quad x_۲=-۳$

$c=۴$

$۲x+۱۰=ax^۲+bx+۴ \Rightarrow ax^۲+(b-۲)x-۶ \Rightarrow x_۱\times x_۲=\frac{-۶}{a}=-۶ \Rightarrow a=۱$

$x_۱+x_۲=\frac{۲-b}{a}=۲-b=-۱ \Rightarrow b=۳$

$y_۱=x^۲+۳x+۴ \Rightarrow$ محور تقارن $\Rightarrow x=x_S$

$\Rightarrow x_S=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۳}{۲} \Rightarrow \boxed{x=-\frac{۳}{۲}}$

---

۱۰)

$y=۲x^۲+(m+۱)x+m+۶$

تماس در یک نقطه = مماس

۱٫۵

نیمساز ربع اول $\Rightarrow y=x$ $\quad \Rightarrow ۲x^۲+(m+۱)x+m+۶=x$

$\Rightarrow ۲x^۲+mx+m+۶ \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف}} \Delta=۰ \Rightarrow m^۲-۴(۲)(m+۶)=۰ \Rightarrow m^۲-۸m-۴۸=۰$

$\Rightarrow (m-۱۲)(m+۴)=۰ \Rightarrow m=۱۲$ ✗ $, m=-۴$ ✓