subject: (دوم دفتر A) کهبار موسوی تکلیف شماره ۱۲

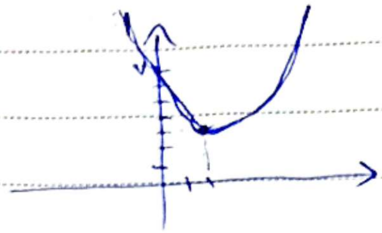
Page( )

۱۹,۵

①

$y = x^2 - 4x + 7$

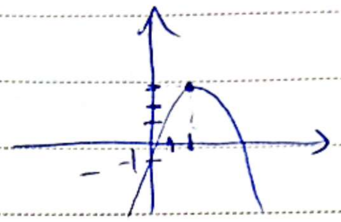
$$\min \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ 4 - 8 + 7 = 3 \end{cases}$$



۳

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$$\max \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ -4 + 8 - 1 = 3 \end{cases}$$



②

$y = 2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

الف) $\Delta > 0$ $\quad (m+1)^2 - 4(\frac{1}{2}m + 2) \times 2 > 0$

$m^2 + 1 + 2m - 4m - 16 > 0$

$m^2 - 2m - 15 > 0$

$(m-5)(m+3) > 0$

۵

	-3		5	
$+$	0	$-$	0	$+$

$m = (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

ب) $\Delta = 0$ $\quad (m+1)^2 - 4(\frac{1}{2}m + 2) \times 2 = 0$

$m^2 - 2m - 15 = 0$

$(m-5)(m+3) = 0 \longrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \end{cases}$

ج) $\Delta < 0$ $\quad (m-5)(m+3) < 0$

	-3		5	
$+$	0	$-$	0	$+$

$m = (-3, 5)$

ج) $\Delta \geq 0$ $\quad (m-5)(m+3) \geq 0$ $\quad m = (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

$$\begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$$

$$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10 \quad (3)$$

الف) معادله محورها را در دو نقطه به طول های منفی قطع کند.

$\Delta > 0 \rightarrow (2m+2)^2 - 40(m-2) > 0 \rightarrow$

$4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80 > 0 \rightarrow 4m^2 - 32 + 84 > 0 \rightarrow m^2 - 8m + 21 > 0$ همواره برقرار $\Delta < 0$

$S < 0 \rightarrow \dfrac{2m+2}{m-2} < 0 \rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $m = (-1, 2)$ ① $\quad$ ① $\cap$ ② $\rightarrow \emptyset$

$P > 0 \rightarrow \dfrac{10}{m-2} > 0 \rightarrow m-2 > 0 \rightarrow m > 2$ ②

ب) معادله دو ریشه مختلف العلامت داشته باشد که قدر مطلق ریشه منفی بزرگتر از قدر مطلق ریشه مثبت باشد.

$|-\alpha| > \beta$

$\Delta > 0 \rightarrow 4m^2 - 32 + 84 > 0$

$m^2 - 8m + 21 > 0 \rightarrow \Delta < 0$ همواره برقرار

$P < 0 \rightarrow \dfrac{10}{m-2} < 0 \rightarrow m-2 < 0 \rightarrow m < 2$ ①

$S < 0 \rightarrow \dfrac{2m+2}{m-2} < 0 \rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $m = (-1, 2)$ ②

① $\cap$ ② $\rightarrow m \in (-1, 2)$

(٤)

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$

الف) سهمی از هر ۴ ناحیه مختصات عبور کند.

$\Delta > 0 \rightarrow (2m+2)^2 - 40(m-2) = 4m^2 + 4 + 8m + 80 - 40m \Rightarrow 4m^2 - 32m + 84 > 0$

$m^2 - 8m + 21 > 0 \longrightarrow \Delta < 0$ همواره برقرار

$P < 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \rightarrow m - 2 < 0 \rightarrow m < 2$

$m \in (-\infty, 2)$

ب) محور تقارن سهمی خط $x = -2$

$\frac{-b}{2a} = -2 \rightarrow \frac{2m+2}{2m-4} = -2 \rightarrow 2m + 2 = -4m + 8$

$6m = 6 \rightarrow \boxed{m = 1}$

(۵) $\frac{2x^2}{3} - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{2} = 0$ دارای ریشه حقیقی است. مقدار این ریشه را با شرط مثبت بودن آن مشخص کنید. $x = \frac{3}{2}$

$\Delta \geq 0 \rightarrow (2\sin\alpha)^2 - 4 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 4\sin\alpha^2 - 4 \geq 0$

$4\sin\alpha^2 \geq 4$

$\sin\alpha^2 \geq 1 \longrightarrow \sin\alpha = \pm 1$

$\sin\alpha = 1 \rightarrow \frac{2x^2}{3} + \frac{3}{2} = 0 \rightarrow \frac{2x^2}{3} = \frac{-3}{2}$ غ ق

این مثبته.

$\sin\alpha = -1 \rightarrow \frac{2x^2}{3} - 2x + \frac{3}{2} = 0 \rightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 12x + 36 = 0$

$(x - \frac{6}{4})^2 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ ق ق

۶) مقدار Max

$$\frac{(3x^2-2x-1)(2x^2-3x-5)}{1-x^2}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{c}{a}=\frac{-1}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{-c}{a}=\frac{5}{2} \end{cases}$$

۲

$$\frac{(x-1)(x+\frac{1}{3})(x+1)(x-\frac{5}{2})}{(1+x)(1-x)} = -(3x+1)(2x-5)$$

$$-6x^2+13x+5$$

$$y_{max}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(169+120)}{-24}=\boxed{\frac{289}{24}}$$

۷) $mx^2-(m+2)x-2=0$ سه برابر مجموع ریشه‌ها از ۱۰ برابر حاصلضرب ریشه‌ها ۷ واحد بیشتر. مجموع مربعات ریشه‌ها

$$P=\frac{-2}{m}=\frac{-1}{2} \qquad \alpha^2+\beta^2=S^2-2P=\frac{9}{4}+1=\boxed{\frac{13}{4}}$$ جواب

۲

$$S=\frac{m+2}{m}=\frac{3}{2}$$

$$1^2+\frac{1}{4}=\boxed{\frac{5}{4}}$$

$$3\times\frac{m+2}{m}=\frac{-10}{m}+7 \rightarrow \frac{3m+6}{m}=\frac{-10}{m}+7 \rightarrow \frac{3m+6+10}{m}=7 \rightarrow$$

$$\frac{3m+16}{m}=7 \rightarrow 3m+16=7m \rightarrow 4m=16 \rightarrow m=4$$

جواب ۸) α, β ریشه‌های معادله $x^2-5x+2=0$ باشند

$$\frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}$$

$= 19$

$$\alpha+\beta=5 \rightarrow \alpha=5-\beta$$

۲

$$\beta^2-5\beta+2=0 \rightarrow \beta^2=5\beta-2$$

$$\frac{4(5-\beta)+\beta^5}{5(5\beta-2)}=\frac{20-4\beta+\beta^5}{25\beta-10}=\frac{20-4\beta+479\beta-210}{25\beta-10}=\frac{475\beta-190}{25\beta-10}=\frac{(25\beta-10)19}{25\beta-10}$$

$$\beta^5=\beta^4\times\beta \Rightarrow \beta^4=(5\beta-2)^2=25\beta^2+4-20\beta=25(5\beta-2)-20\beta+4=$$

$$125\beta-50-20\beta+4=105\beta-46 \xrightarrow{\times\beta} 105\beta^2-46\beta=105(5\beta-2)-46\beta=$$

$$525\beta-210-46\beta=479\beta-210$$

۹) نمودار سهمی $y_1=ax^2+bx+c$ خط $y_2=2x+10$ را در نقاطی به طول ۲ و −۳ قطع می‌کند و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع میکند. محور تقارن سهمی؟ ($c=4$)

$$y=2x+10 \xrightarrow{x=2} y=4+10=14$$
$$\xrightarrow{x=-3} y=-6+10=4$$

$$ax^2+bx+c \xrightarrow{c=4} ax^2+bx+4 \xrightarrow{x=2} 14=4a+2b+4$$
$$\xrightarrow{x=-3} 4=9a-3b+4$$

۲

$$\begin{cases} 4a+2b=10 \xrightarrow{\times 3} \\ 9a-3b=0 \xrightarrow{\times 2} \end{cases} \quad \begin{cases} 12a+6b=30 \\ 18a-6b=0 \end{cases}$$

$$30a=30 \rightarrow a=1 \Rightarrow b=3$$

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-3}{2}$$

۱۰) به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y=2x^2+(m+1)x+m+6$ بر نیمساز ناحیه اول محورهای مختصات مماس است؟

$$2x^2+(m+1)x+m+6=x$$
$$2x^2+x(m+1-1)+m+6=0$$
$$2x^2+mx+m+6=0$$
$$\Delta=0 \quad m^2-8(m+6)=0 \rightarrow m^2-8m-48=0$$
$$(m-12)(m+4)=0 \rightarrow m=12,\ m=-4$$

۱/۵

ناحیه اول

$$m=-4 \rightarrow 2x^2-3x+2 \rightarrow \Delta=9-4\times4=-7$$
$$m=12 \rightarrow 2x^2+13x+18 \rightarrow \Delta=169-8\times18 \checkmark \rightarrow m=12$$

جواب

$2x^2+12x+18 \rightarrow$ ناحیه سوم