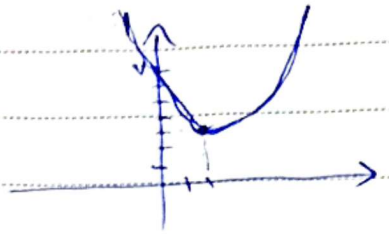
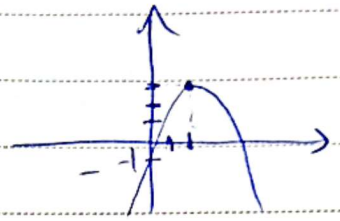
① $y = x^2 - 4x + 7$

$$\min \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ 4 - 8 + 7 = 3 \end{cases}$$



ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

$$\max \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ -4 + 8 - 1 = 3 \end{cases}$$



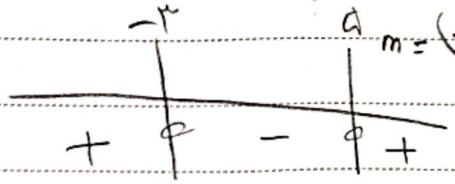
② $y = 2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

الف) $\Delta > 0$ $\quad (m+1)^2 - 4\left(\frac{1}{2}m + 2\right) \times 2 > 0$

$m^2 + 1 + 2m - 4m - 16 > 0$

$m^2 - 2m - 15 > 0$

$(m-5)(m+3) > 0$



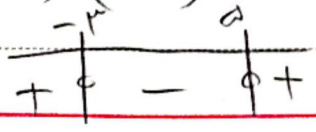
$m = (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

ب) $\Delta = 0$ $\quad (m+1)^2 - 4\left(\frac{1}{2}m + 2\right) \times 1 = 0$

$m^2 - 2m - 15 = 0$

$(m-5)(m+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \end{cases}$

ج) $\Delta < 0$ $\quad (m-5)(m+3) < 0$



$m = (-3, 5)$

۲) $\Delta \geq 0$ $\quad (m-5)(m+3) \geq 0$ $\quad m \in (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

-3 $\quad$ 5

$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$ ③

الف) معادله محور y ها را در یک نقطه به طول مثبت قطع کند.

$\Delta > 0 \rightarrow (2m+2)^2 - 40(m-2) > 0 \rightarrow$

$4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80 > 0 \rightarrow 4m^2 - 32 + 84 > 0 \rightarrow m^2 - 8m + 21 > 0$ همواره برقرار

$S < 0 \rightarrow \frac{2m+2}{m-2} < 0 \rightarrow$ -1 $\quad$ 2 $\quad m \in (-1, 2)$ ①

$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$

$P > 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} > 0 \rightarrow m-2 > 0 \rightarrow m > 2$ ②

ب) معادله درجه دوم دارای دو ریشه مختلف العلامت است که قدر مطلق ریشه منفی بزرگتر از قدر مطلق ریشه مثبت باشد.

$|-\alpha| > \beta$

$\Delta > 0 \rightarrow 4m^2 - 32 + 84 > 0$

$m^2 - 8m + 21 > 0 \rightarrow \Delta < 0$ همواره برقرار

$P < 0 \rightarrow \frac{10}{m-2} < 0 \rightarrow m-2 < 0 \rightarrow m < 2$ ①

$S < 0 \rightarrow \frac{2m+2}{m-2} < 0 \rightarrow$ -1 $\quad$ 2 $\quad m \in (-1, 2)$ ②

$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$

$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \rightarrow m \in (-1, 2)$

(۴) $y = (m-۲)x^۲ - ۲(m+۱)m + ۱۰$

الف) یعنی از هر ۲ نقطه متمایز عبور کند.

$\Delta > ۰ \rightarrow (۲m+۲)^۲ - ۴۰(m-۲) = ۴m^۲ + ۴ + ۸m + ۸۰ - ۴۰m \Rightarrow ۴m^۲ - ۳۲m + ۸۴ > ۰$

$m^۲ - ۸m + ۲۱ > ۰ \rightarrow \Delta < ۰$ همواره مثبت

$P < ۰ \rightarrow \frac{۱۰}{m-۲} < ۰ \rightarrow m-۲ < ۰ \rightarrow m < ۲$

$m \in (-\infty, ۲)$

ب) عرض‌های سهمی $x=-۲$

$\frac{-b}{۲a} = -۲ \rightarrow \frac{۲m+۲}{۲m-۴} = -۲ \rightarrow ۲m+۲ = -۴m+۸$

$۶m = ۶ \rightarrow \boxed{m=۱}$

(۵) $\frac{۳x^۲}{۴} - (۲\sin\alpha)x + \frac{۳}{۴} = ۰$ دارای ریشه حقیقی است. مقدار این ریشه را با شرط مثبت بودن آن محاسبه کنید. $\rightarrow x = \frac{۳}{۲}$

$\Delta \geq ۰ \rightarrow (۲\sin\alpha)^۲ - ۴ \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴} = ۴\sin^۲\alpha - ۴ \geq ۰$

$۴\sin^۲\alpha \geq ۴$

$\sin^۲\alpha \geq ۱ \rightarrow \sin\alpha = \pm ۱$

$\sin\alpha = ۱ \rightarrow \frac{۳x^۲}{۴} + \frac{۳}{۴} = ۰ \rightarrow \frac{۳x^۲}{۴} = \frac{-۳}{۴}$ غ ق ق

این ریشه مثبت

$\sin\alpha = -۱ \rightarrow \frac{۳x^۲}{۴} - ۳x + \frac{۳}{۴} = ۰ \rightarrow ۴x^۲ - ۱۲x + ۹ = ۰$

$x^۲ - ۱۲x + ۳۶ = ۰$

$(x-۶)^۲ = ۰$

$x = \frac{۳}{۲}$ ق ق ق

۹) $\frac{(3x^2-2x-1)(2x^2-3x-5)}{1-x^2}$ مقدار Max

$\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{c}{a}=\frac{-1}{2} \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{-c}{a}=\frac{5}{2} \end{cases}$

$$\frac{(x-1)(x+\frac{1}{2})(x+1)(x-\frac{5}{2})}{(1+x)(1-x)} = -(3x+1)(2x-5)$$

$-6x^2+13x+5$

$$y_{max}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(169+120)}{-24}=\frac{289}{24}$$

۷) سه برابر مجموع ریشه‌ها، یک واحد کمتر از حاصلضرب ریشه‌ها. $mx^2-(m+2)x-2=0$

مجموع مربعات ریشه‌ها: $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=\frac{9}{4}+1=\frac{13}{4}$ جواب ۱

ریشه‌ها ۷ واحد بیشتر. $\alpha^2+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$

$$P=\frac{-2}{m}=\frac{-1}{2}$$
$$S=\frac{m+2}{m}=\frac{3}{2}$$

$3\times\frac{m+2}{m}=\frac{-10}{m}+7 \rightarrow \frac{3m+6}{m}=\frac{-10}{m}+7 \rightarrow \frac{3m+6+10}{m}=7 \rightarrow$

$\frac{3m+16}{m}=7 \rightarrow 3m+16=7m \rightarrow 4m=16 \rightarrow m=4$

۸) جواب ۱ $\quad$ $x^2-9x-2=0$ ریشه‌های معادله α,β باشند $\quad \frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}$

$\alpha+\beta=5 \rightarrow \alpha=5-\beta$

$\beta^2-5\beta+2=0 \rightarrow \beta^2=5\beta-2$

$$\frac{4(5-\beta)+\beta^5}{5(5\beta-2)}=\frac{20-4\beta+\beta^5}{25\beta-10}=\frac{20-4\beta+45\beta-10}{25\beta-10}=\frac{45\beta-190}{25\beta-10}=\frac{(25\beta-10)4}{25\beta-10}=4$$

$\beta^5=\beta^4\times\beta \Rightarrow \beta^4=(5\beta-2)^2=25\beta^2+4-20\beta=25(5\beta-2)-20\beta+4=$

$125\beta-50-20\beta+4=105\beta-46 \xrightarrow{\times\beta} 105\beta^2-46\beta=105(5\beta-2)-46\beta=$

$525\beta-210-46\beta=479\beta-210$

subject:
Page( )

⑨ نمودار سهمی $y_1 = ax^2+bx+c$ را در نقاطی به طول ۲ و ۳- قطع می‌کند و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع می‌کند. محور تقارن سهمی را بیابید. $y_2 = 2x+10$

$$y = 2x+10 \xrightarrow{x=2} y = 4+10 = 14$$
$$\xrightarrow{x=-2} y = -4+10 = 6$$

$$ax^2+bx+c \xrightarrow{c=4} ax^2+bx+4 \xrightarrow{x=2} 14 = 4a+2b+4$$
$$\xrightarrow{x=-2} 6 = 4a-2b+4$$

$$\begin{cases} 4a+2b = 10 \xrightarrow{\times 3} \\ 4a-2b = 0 \xrightarrow{\times 2} \end{cases} \begin{cases} 12a+6b = 30 \\ 8a-4b = 0 \end{cases}$$

$$30a = 30 \rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 3$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2}$$

⑩ به ازای کدام مقدار m، نمودار تابع $y = 2x^2+(m+1)x+m+4$ بر نیمساز ناحیه اول محور مختصات مماس است؟

$$2x^2+(m+1)x+m+4 = x$$
$$2x^2+x(m+1-1)+m+4 = 0$$
$$2x^2+mx+m+4 = 0$$

$\Delta = 0$ $\quad m^2-8(m+4) = 0 \rightarrow m^2-8m-32 = 0$

$$(m-12)(m+4) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m = -4 \end{cases}$$

$m = -4 \rightarrow 2x^2-4x+2 \rightarrow \Delta = 9-4\times 4 = -7$

$m = 12 \rightarrow 2x^2+14x+18 \rightarrow \Delta = 169-8\times 18$ ✓ $\Rightarrow m = 12$ جواب