ماهک میرمقتدایی ←

۱ ←

$$-b/۲a = ۲ \rightarrow \frac{-۱}{a-۱} = ۴ \rightarrow -۱ = ۴a - ۴ \rightarrow a = \frac{۳}{۴}$$

$$\rightarrow -\tfrac{۱}{۴}x^۲ + x + ۳ = ۰ \xrightarrow{\times ۴} -x^۲ + ۴x + ۱۲ = ۰ \xrightarrow{\times -۱} x^۲ - ۴x - ۱۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۶)(x+۲) \rightarrow x = -۲, ۶ \xrightarrow{+\text{طول}} \boxed{x = ۶}$$

---

۲ ←

$$f(x) = mx^۲ - ۵x + m$$

	$x_۱$		$x_۲$	
$-$	۰	$+$	۰	$-$

با توجه به جدول تعیین علامت $\rightarrow m > ۰$

$$\Delta > ۰ \rightarrow ۲۵ - ۴m^۲ > ۰ \rightarrow ۲m < ۵ \rightarrow m < ۵/۲$$

$$\Rightarrow \boxed{m \in (۰, ۵/۲)}$$

---

۳ ←

$$\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳}, \frac{۳+\sqrt{۵}}{۳} \rightarrow ax^۲ - Sx + P$$

$$S = \frac{۳ - \cancel{\sqrt{۵}} + ۳ + \cancel{\sqrt{۵}}}{۳} = ۲$$

$$P = \frac{(۳-\sqrt{۵})(۳+\sqrt{۵})}{\cancel{۳\times۳}\,۹} = ۴/۹ \qquad (۹-۵ = ۴)$$

$$\rightarrow x^۲ - ۲x + ۴/۹ = ۰$$

$$\Rightarrow \boxed{۹x^۲ - ۱۸x + ۴ = ۰}$$

$\leftarrow ۴$

$\alpha+\beta=-b/a=۴ \quad , \alpha\beta=c/a=\frac{m+۲}{۲}$

$\alpha^{۲}+\beta^{۲}=(\alpha+\beta)^{۲}-۲\alpha\beta$

$\beta=۴-\alpha \longrightarrow ۳\alpha^{۲}+(۴-\alpha^{۲})=۱۲ \longrightarrow$

$۴\alpha^{۲}-۸\alpha+۴=0 \longrightarrow \alpha^{۲}-۲\alpha+۱=0 \longrightarrow (\alpha-۱)^{۲}=0$

$\longrightarrow \alpha=۱ \longrightarrow \beta=۴-۱=۳ \longrightarrow \alpha\beta=۳ \Rightarrow$

$۶=m+۲ \longrightarrow \boxed{m=۴}$

$\leftarrow ۵$

$y=a(x-h)^{۲}+k \longrightarrow \underset{۵}{y}=a(\underset{0}{x}-۲)^{۲}+۹ \longrightarrow$

$۵=۴a+۹ \longrightarrow a=-۱ \Rightarrow y=-۱(\underbrace{x-۲)^{۲}}_{x^{۲}+۴-۴x}+۹ \Big\} \longrightarrow$

$y=-x^{۲}+۴x+۵ \longrightarrow -(x-۵)(x+۱) \longrightarrow$

$$\begin{array}{c|c|c} & -۱ & ۵ \\ \hline - & 0 \quad + & 0 \quad - \end{array} \Rightarrow$$

$\boxed{(-۱,۵)}$

$\alpha x^۲ - ۷x + ۹\beta = 0$ ← ۹

$\beta > 0 \,,\; \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = ?$

$\alpha + \beta = \frac{۷}{\alpha} \;,\; \cancel{\alpha\beta} = \frac{۹\cancel{\beta}}{\cancel{\alpha}} \to \alpha^۲ = ۹ \to \alpha = -۳$

$\xrightarrow{\alpha=-۳} ۹ - ۳\beta = ۷ \to -۳\beta = -۲ \to \beta = ۲/۳$ ✓

$\xrightarrow{\alpha=۳} ۹ + ۳\beta = ۷ \to \beta = -۲/۳$ غق ✗

$\frac{-۹+۲}{۳}$

$$\frac{-۳+\frac{۲}{۳}}{-\cancel{۳}\times\frac{۲}{\cancel{۳}}} = \frac{\frac{\cancel{-}۷}{۳}}{\frac{\cancel{-}۲}{۱}} = \boxed{\frac{۷}{۶}}$$

$\alpha,\beta \to x^۲ + mx - ۲m = 0 \xrightarrow{x=\beta} \beta^۲ + m\beta - ۲m = 0 \to$ ← ۷

$m\beta = ۲m - \beta^۲$

$\alpha^۲ - m\beta = ۸$

$\to \underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{S^۲-۲P} - ۲m = ۸ \to$

$\alpha + \beta = ?$

$c/a = \alpha\beta = -۲m \;,\; \alpha + \beta = -m$

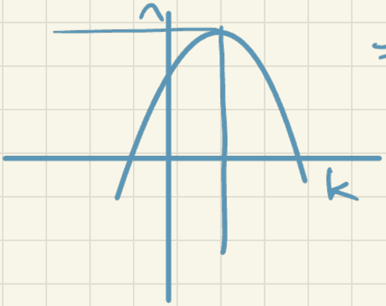
$(\alpha+\beta)^۲ + \underset{۴m}{\cancel{۲m}} - ۲m = ۸$

$\underbrace{(\alpha+\beta)}_{-m}{}^۲ + ۲m = ۸ \to m^۲ + ۲m - ۸ = 0 \to (\underset{۲}{m-۲})(\underset{-۴}{m+۴}) = 0$

$x^{۲}+۲x-۴=0 \rightarrow \Delta=۴+۴\times۴\times۱>0$ ✓

$x^{۲}+۴x+۸=0 \rightarrow \Delta=۱۶-۴\times۸\times۱<0$ ✗

$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=-m\\ m=۲\end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\alpha+\beta=-۲}$$



$f_{max}=f\left(-\frac{b}{۲a}\right)=f\left(-\frac{۲}{m}\right)=۸$ ← ۸

$f\left(-\frac{۲}{m}\right)=m\left(\frac{۴}{m^{۲}}\right)+۴\left(-\frac{۲}{m}\right)+\frac{m}{۲}+۷$

$\Rightarrow -\frac{۴}{m}+\frac{m}{۲}+۷=۸ \rightarrow m^{۲}-۲m-۸=0$

با توجه به سهمی $\rightarrow m<0 \rightarrow m=-۲ \rightarrow$

$-۲x^{۲}+۴x+۶ \rightarrow x=۳,-۱ \rightarrow \boxed{k=۳}$

$-\frac{b}{۲a}=۲$, $c=۴$, $\frac{\Delta}{۴a}=۶$ ← ۹

$y=a(x-۲)^{۲}+۶ \longrightarrow ۴=۴a+۶ \rightarrow$

$a=-\frac{۱}{۲} \rightarrow y=-\frac{۱}{۲}(x^{۲}-۴x+۴)+۶ \rightarrow$

$y=-\frac{x^{۲}}{۲}+۲x+۴=0 \longrightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{۴}{-۸}=\boxed{-\frac{۱}{۲}}$

$\leftarrow -۸a-۸+۳a^۲+۶a+۳=0 \rightarrow ۳a^۲-۲a-۱=0$ $\leftarrow ۱۰$

$a=۱ \,,\, a=-۱/۳ \longrightarrow x^۲-۸x+۱۲=0 \longrightarrow (x-۲)(x-۶)=0$

$\longrightarrow x=۲,۶$

$\longrightarrow x^۲-۸/۳\,x+۴/۳=0 \rightarrow \Delta>0$ ✓

$\longrightarrow \boxed{x=۲/۳,۶}$