تکلیف شماره ۱۳ — یازدهم دختر A — ۱۹٫۵ — سانیا شهید محمدی

---

①

$y=(a-1)x^۲+x+۳$

$x=۲$ ← متقارن

متقارن $\Rightarrow x_S=۲ \Rightarrow \frac{-b}{۲a}=\frac{-۱}{۲a-۲}=۲ \Rightarrow ۴a-۴=-۱ \Rightarrow ۴a=۳ \Rightarrow a=\frac{۳}{۴}$

$\Rightarrow y=-\frac{x^۲}{۴}+x+۳ \Rightarrow -\frac{x^۲}{۴}+x+۳=0 \xRightarrow{\times -۴} x^۲-۴x-۱۲=0 \Rightarrow (x+۶)(x+۲)=0$

$\boxed{x=۶}$

$x=\frac{۱}{۲}$, $x=\frac{-۳}{۲}$ ⇐ $x=\cancel{۶}$, $x=\frac{-۲}{-۴}$

$\boxed{x=\frac{۱}{۲}}$ ⇑

۱٫۷۵

---

②

$f(x)=mx^۲-۵x+m$

$m\in(I)\cap(II)=-\frac{۵}{۲}<m<0$

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

→ هم‌علامت a

هم علامت a ↙ ، خلاف علامت a ⇓

$\Rightarrow m<0\ (I)$

$, \Delta>0 \Rightarrow ۲۵-۴(m)(m)=۲۵-۴m^۲>0$

$m^۲=\frac{۲۵}{۴}$

$۴m^۲-۲۵<0 \Rightarrow$

$-\frac{۵}{۲}$		$\frac{۵}{۲}$	
$+$ 0	$-$	0	$+$

$\Rightarrow -\frac{۵}{۲}<m<\frac{۵}{۲}\ (II)$

۲

---

③

$\alpha=\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳}$ $\beta=\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳} \Rightarrow \Delta=۵ , -b=۳ , ۳=۲a$

$۹-۴(\frac{۳}{۲})(c)=۵ \Rightarrow ۹-۶c=۵ \Rightarrow ۶c=۴ \Rightarrow c=\frac{۴}{۶}$

$\Rightarrow y=\frac{۳}{۲}x^۲-۳x+\frac{۲}{۳}$

ریشه‌ها ضرب ۶ — خواست سوال — عدد — گفته شده — صحیح

$\boxed{y=۹x^۲-۱۸x+۴}$

$\alpha=\frac{۱۸-۶\sqrt{۵}}{۱۸}$, $\beta=\frac{۱۸+۶\sqrt{۵}}{۱۸} \Rightarrow \Delta=۱۸۰$ $b=-۱۸ , a=۹$

$\Rightarrow ۳۲۴-۴(۹)(c)=۱۸۰ \Rightarrow ۳۲۴-۱۸۰=۳۶c \Rightarrow ۱۴۴=۳۶c$

$\Rightarrow c=۴$

۲

---

④

$۲x^۲-۸x+m+۲=0$ $\alpha<\beta$ $۳\alpha^۲+\beta^۲=۱۲$

$\alpha+\beta=۴ \Rightarrow \alpha=۴-\beta \Rightarrow \boxed{\alpha=۱}$

$۳(۴-\beta)^۲+\beta^۲=۱۲$

$\alpha\cdot\beta=\frac{m+۲}{۲} \Rightarrow \frac{m+۲}{۲}=۳$

$۳(۱۶+\beta^۲-۸\beta)+\beta^۲=۱۲$

$\boxed{\beta=۳}$

$۴۸+۳\beta^۲-۲۴\beta+\beta^۲-۱۲=0$

$m+۲=۶$

$\boxed{m=۴}$

$\beta^۲-۶\beta+۹=0 \Rightarrow (\beta-۳)^۲=0$ ⇐ $۴\beta^۲-۲۴\beta+۳۶=0$

۲

---

⑤

$c=۵$ $S(۲,۹)$

$y=ax^۲+bx+\underset{۵}{c}$

$\frac{-b}{۲a}=۲ \Rightarrow -b=۴a \Rightarrow b=-۴a$

$x=۲$ ↷ $۴a-۸a+۵=۹$

$-۴a+۵=۹ \Rightarrow \boxed{a=-۱}$, $\boxed{b=۴}$

$\Rightarrow y=-x^۲+۴x+۵$

ریشه‌ها) $x^۲+۴x-۵=(x+۵)(x-۱)$

$\Rightarrow x=+۵ , -۱$

-۱		۵	
$-$ 0	$+$	0	$-$

$\boxed{(-۱,۵)}$

۲

(۶)

۱,۷۵

$\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\boxed{\frac{+۷}{۶}}$

$\alpha x^{۲}-۷x+۹\beta=۰$

$\beta>۰$ $\quad \frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=?$

$\alpha\cdot\cancel{\beta}=\frac{۹\cancel{\beta}}{\alpha}\Rightarrow\alpha^{۲}=۹\Rightarrow\alpha=\boxed{-۳}$ $\quad \alpha+\beta=\frac{۲-۹}{۳}=\frac{۷}{۳}$

$\frac{۷}{-۳}=-۳+\beta\Rightarrow ۷=۹+۳\beta \longrightarrow \beta=\boxed{\frac{۲}{۳}}$ $\quad \alpha\cdot\beta=\frac{-۶}{۳}$

$\alpha\beta^{۲}-۷\beta+۹\beta=۰\Rightarrow ۲\beta=-\alpha\beta^{۲}\Rightarrow\alpha<۰$

---

(۷)

$x^{۲}+mx-۲m=۰$ $\quad \alpha^{۲}-m\beta=۸$ $\quad -\frac{b}{a}=\alpha+\beta=?=\boxed{-۲}$

$\alpha\cdot\beta=-۲m \Rightarrow$ $\quad m\beta=-\beta^{۲}+۲m$

$\alpha+\beta=m$

if → $m=۲\Rightarrow x^{۲}+۲x-۴=y$

if → $m=-۴\Rightarrow x^{۲}-۴x+۸$

$\Delta=۱۶-۴(۱)(۸)<۰ \Rightarrow$ غق ✓

چون (دو ریشه دارد)

$\alpha^{۲}-m\beta=\underbrace{\alpha^{۲}+\beta^{۲}}_{S^{۲}-۲P}-۲m=۸$

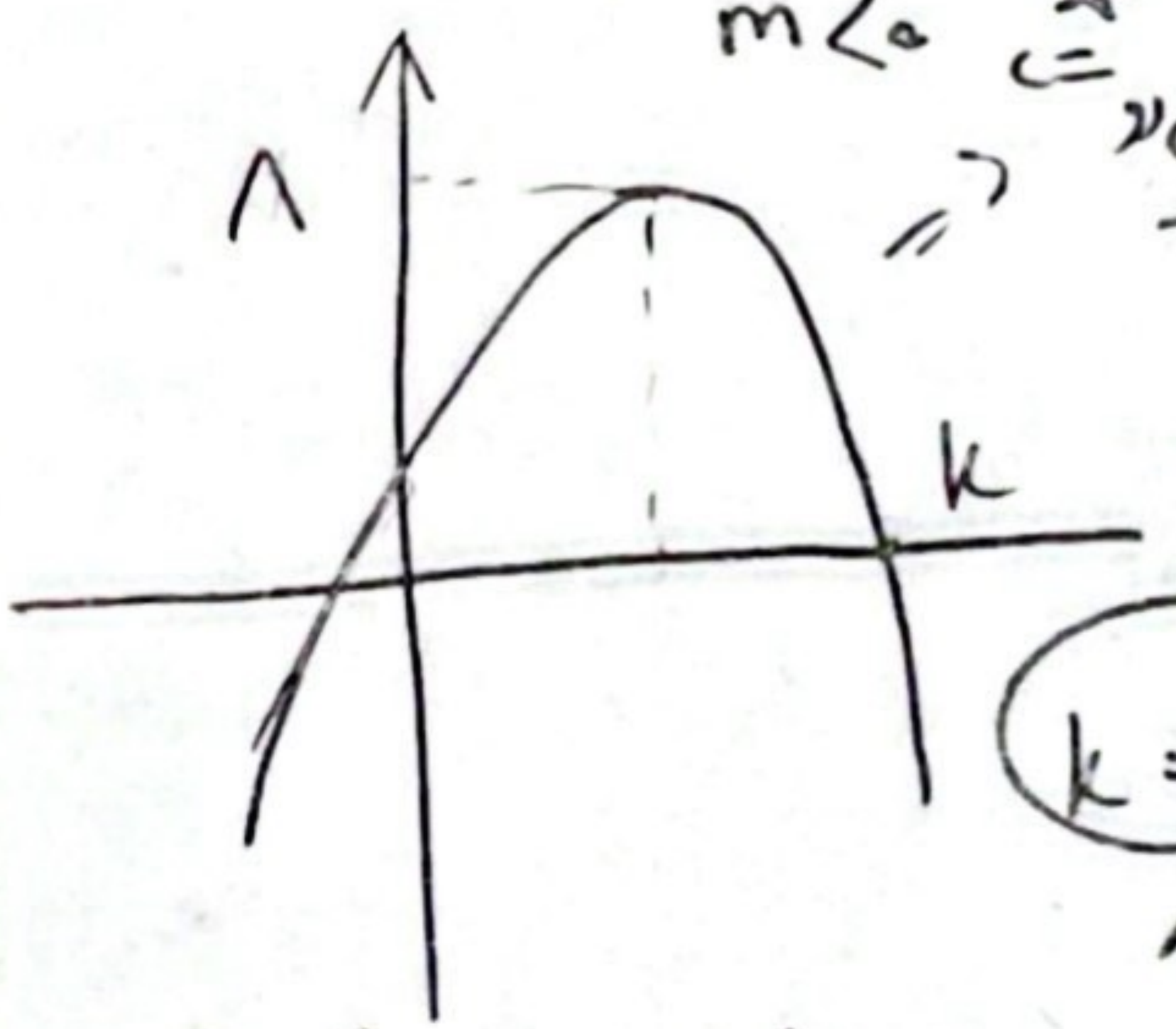
$m^{۲}+۴m$

$\Rightarrow m^{۲}+۲m-۸=۰$

$(m+۴)(m-۲)=۰\Rightarrow m=-۴,۲$

---

(۸)



$m<۰ \overset{*}{\Leftarrow}$ [illegible]

$f(x)=mx^{۲}+۴x+\frac{m}{۲}+۷$

$y_S=۸\Rightarrow\frac{-\Delta}{۴a}=۸$ ✓

$\Delta=۱۶-۴(m)(\frac{m}{۲}+۷)=۱۶-۲m^{۲}-۲۸m$

$\Rightarrow\frac{۲m^{۲}+۲۸m-۱۶}{۴m}=۸\Rightarrow ۲m^{۲}-۴m-۱۶=۰$

روش S

$(m-۸)(m+۴)\Rightarrow m=۴ \text{ و } -۲$

$\boxed{m=-۲}\ \overset{\text{با توجه به *}}{\Longleftarrow}$

$\boxed{k=۳}$

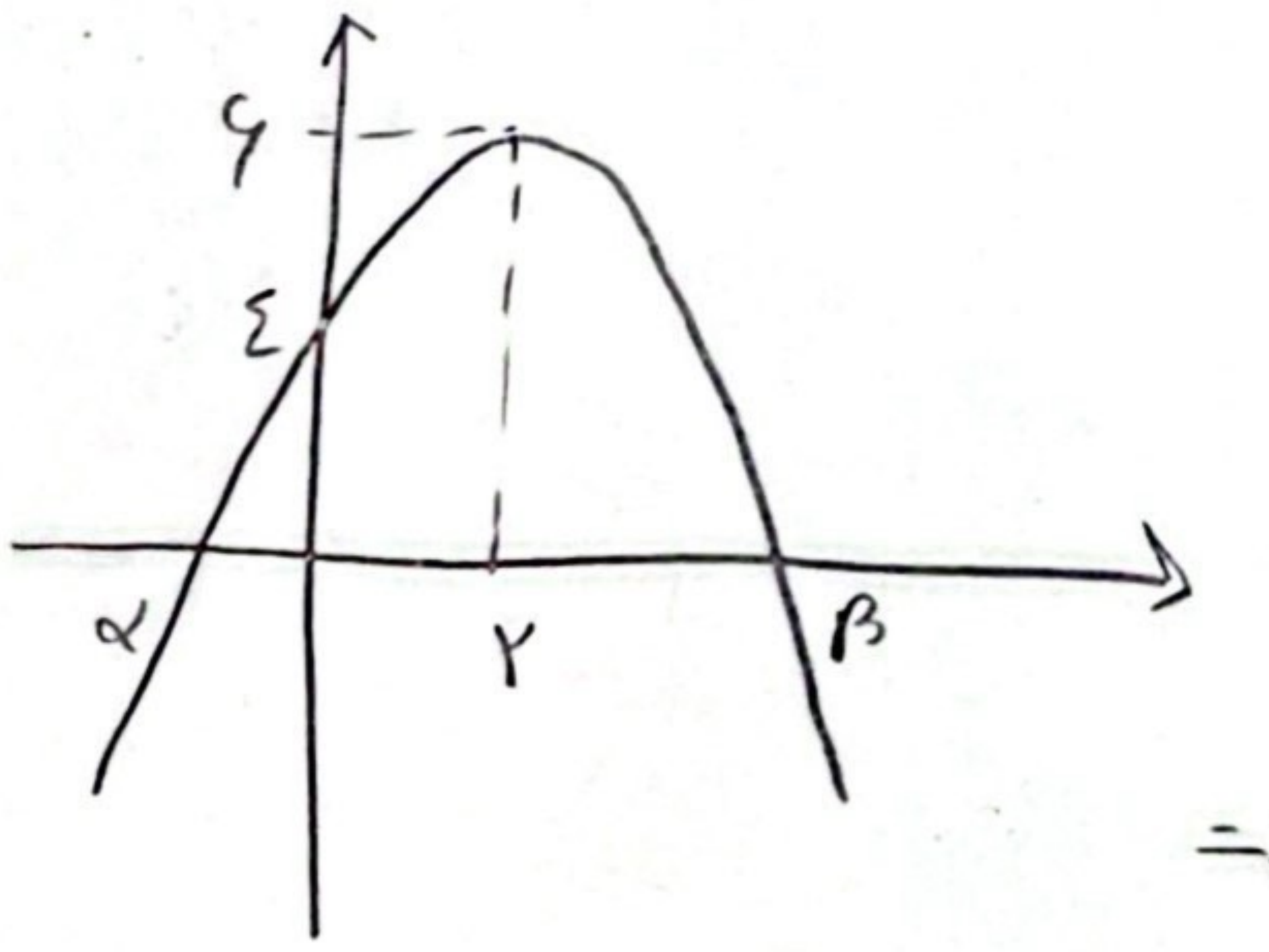
$\Uparrow$

$-۲x^{۲}+۴x+۶=۰$

$\Rightarrow (x+۶)(x-۲)\Rightarrow x=۳,\ x=-۱$

---

(۹)



$\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\cdot\beta}=\frac{۴}{-۸}=\boxed{\frac{-۱}{۲}}$

$y=a(x-x_S)^{۲}+y_S\Rightarrow y=a(x-۲)^{۲}+۶$

$۴=۴a+۶\Rightarrow ۴a=-۲$ ✓

$\Downarrow$

$a=\frac{-۱}{۲}$

$\Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}\overbrace{(x-۲)^{۲}}^{x^{۲}+۴-۴x}+۶$

$y=-\frac{x^{۲}}{۲}-۲+۲x+۶=-\frac{x^{۲}}{۲}+۲x+۴\Rightarrow\alpha+\beta=۴,\ \alpha\cdot\beta=-۸$

---

(۱۰)

$x^{۲}-(۴a+۴)x+(۳a^{۲}+۶a+۳)=۰$

$\cancel{۴}-\cancel{۸a}+\cancel{۸}+۳a^{۲}+\cancel{۶a}+\cancel{۳}=۰$

$\Downarrow$

$۳a^{۲}-۲a-۱=۰\Rightarrow a^{۲}-۲a-۳=۰=(a-۳)(a+۱)$

$\Rightarrow a=۱,\ \frac{-۱}{۳}$

$\Rightarrow$ if → $a=۱\Rightarrow x^{۲}-۸x+۱۲$

$\Rightarrow(x-۶)(x-۲)\Rightarrow x=\boxed{۶},۲$ ✓

if → $a=\frac{-۱}{۳}\Rightarrow x^{۲}-\frac{۸}{۳}x+\frac{۴}{۳}$

$\Delta=\frac{۶۴}{۹}-۴(۱)(\frac{۴}{۳})=\frac{۱۶}{۹}$

$\Rightarrow x=\frac{\frac{۸}{۳}+\frac{۴}{۳}}{۲}=۲$

$x=\frac{\frac{۸}{۳}-\frac{۴}{۳}}{۲}=\frac{۴}{۶}=\boxed{\frac{۲}{۳}}$