نام و نام خانوادگی ..[illegible].. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..[illegible].. کلاس ..یازدهم A..

۱

$x_s = 2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2a-2} \Rightarrow \frac{-1}{2a-2} = 2 \Rightarrow 4a-4=-1 \Rightarrow a=\frac{3}{4}$

(محور تقارن)

$y=(a-1)x^2+x+3$

$y=(\frac{3}{4}-1)x^2+x+3 \Rightarrow y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$ ($\frac{3}{4}-1=-\frac{1}{4}$)

ریشه‌ی مثبت

$-\frac{1}{4}x^2+x+3=0 \xrightarrow{\times(-4)} x^2-4x-12=0$

$(x-6)(x+2)$ ⟹ $x=6$ (circled), $x=-2$

۲

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
	موافق علامت a		مخالف علامت a		موافق علامت a

با توجه به جدول ① $\Longrightarrow \begin{cases} m<0 \\ \Delta>0 \ ② \end{cases}$

$\Delta>0 \Rightarrow b^2-4ac>0 \Rightarrow 25-4(m)(m)>0 \Rightarrow 4m^2-25<0$

$4m^2<25 \Rightarrow m^2<\frac{25}{4} \Rightarrow -\frac{5}{2}<m<\frac{5}{2}$

$①\cap② \Rightarrow -\frac{5}{2}<m<0 \Rightarrow m\in(-\frac{5}{2},0)$

۳

$P=\alpha\cdot\beta=\frac{3-\sqrt5}{3}\times\frac{3+\sqrt5}{3}=\frac{3^2-(\sqrt5)^2}{9}=\frac{4}{9}$

$S=\alpha+\beta=\frac{3-\sqrt5}{3}+\frac{3+\sqrt5}{3}=\frac{3-\sqrt5+3+\sqrt5}{3}=2$

$y=x^2-Sx+P$

$y=x^2-2x+\frac{4}{9} \xrightarrow{(\times 9)}$ ضرایب صحیح $y=9x^2-18x+4$

۴

$2x^2-8x+m+2=0 \Rightarrow 2\alpha^2-8\alpha+m+2=0 \Rightarrow 2\alpha^2=8\alpha-m-2$

$P=\alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}=\frac{m+2}{2}$

$S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{8}{2}=4$

$3\alpha^2+\beta^2=12$

$2\alpha^2+\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{S^2-2P}=12 \Rightarrow 8\alpha-m-2+16-\underbrace{2(\frac{m+2}{2})}_{-m-2}=12 \Rightarrow 8\alpha=2m \Rightarrow \alpha=\frac{1}{4}m$

$2(\frac{1}{4}m)^2=2m-m-2 \Rightarrow \frac{1}{8}m^2-m+2=0$

$m^2-8m+16=0$

$(m-4)^2=0 \Rightarrow m=4$

۵

$S(2,9)$, (x_s,y_s)

$\begin{cases} x_s=\frac{-b}{2a}=2 \Rightarrow -b=4a \Rightarrow b=4 \\ y_s=\frac{-\Delta}{4a}=9 \Rightarrow -b^2+4ac=36a \end{cases}$

$y=ax^2+bx+c$

$y=-x^2+4x+5$

$\Rightarrow 16a^2+16a=0$ ($-b^2=-16a^2$)

$16a(a+1)=0$ ⟹ $a=0$ غ ق ق ⟸ زیرا در این حالت سهمی نیست ؛ $a=-1$ ق ق

حل بر خورد با محور y ها: $c=5$

$y=-x^2+4x+5$

$x^2-4x-5=0$

$x=-1$ ، $x=5$

	-1		5	
$-$	0	$+$	0	$-$

در این بازه سهمی در بالای محور x ها قرار دارد ⟸ $(-1,5)$

پرنیا جهانگیری

۶

$S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{7}{\alpha} \Rightarrow \frac{7}{\alpha}=\alpha+\beta$
- $\alpha=3 \to \frac{7}{3}=3+\beta \to \beta=\frac{-2}{3}$ غ ق ق
- $\alpha=-3 \to -\frac{7}{3}=-3+\beta \to \boxed{\beta=\frac{2}{3}}$

طبق صورت سوال: $\beta>0$ ق ق

$P=\alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}=\frac{9\beta}{\alpha} \xRightarrow{\beta\neq 0} \frac{9\beta}{\alpha}=\alpha\beta \Rightarrow \alpha^2=9 \Rightarrow \alpha=\pm 3$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\cdot\beta}=\frac{S}{P}=\frac{\frac{7}{\alpha}}{\frac{9\beta}{\alpha}}=\frac{7}{9\beta}=\frac{7}{9(\frac{2}{3})}=\boxed{\frac{7}{6}}$

۷

$S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=-m \qquad x^2+mx-2m=0 \Rightarrow \alpha^2+m\alpha-2m=0 \to \alpha^2=-m\alpha+2m$

$P=\alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}=-2m$

$\underbrace{\alpha^2}_{-m\alpha+2m}-m\beta=8 \Rightarrow \underbrace{-m(\alpha+\beta)}_{-m}+2m=8$

$m^2+2m-8=0$, $(m+4)(m-2)$
- $m=-4 \Rightarrow x^2-4x+8=0 \Rightarrow \Delta<0$ غ ق ق
- $m=2 \Rightarrow x^2+2x-4=0 \Rightarrow S=\frac{-b}{a}=\boxed{-2}$ جمع ریشه‌ها

۸

$f(x)=mx^2+4x+\frac{m}{2}+7$

$y_s=8=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-b^2+4ac}{4a} \Rightarrow \frac{-16+\overbrace{4(\frac{m}{2}+7)(m)}^{2m^2+28m}}{4m}=8 \Rightarrow 32m=-16+2m^2+28m$; $-4m$

$2m^2-4m-16=0$

$m^2-2m-8=0$, $(m-4)(m+2)$
- $m=4$ غ ق ق
- $\boxed{m=-2}$ ق ق

چون سهمی ماکسیمم دارد است پس $\boxed{m<0}$

k ← طول رأس سهمی

$-2(k)^2+4(k)+\underbrace{\frac{-2}{2}}_{-1}+7=0$ (جمع: 6)

$-2k^2+4k+6=0 \quad \div(-2)$

$k^2-2k-3=0$
- $k=-1$ غ ق ق ← طبق شکل سهمی $\boxed{k>0}$
- $\boxed{k=3}$ ق ق

۹

با توجه به شکل سهمی:

$\begin{cases} c=4 \\ x_s=2=\frac{-b}{2a} \Rightarrow -b=4a \\ y_s=6=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-b^2+4ac}{4a} \Rightarrow -16a^2+16a=24a \\ a<0 \end{cases}$

$16a^2+8a=0$

$8a(2a+1)=0$
- $a=0$ غ ق ق
- $\boxed{a=\frac{-1}{2}}$ ق ق ← $a<0$

$\boxed{a=\frac{-1}{2}}, \boxed{b=2}, \boxed{c=4}$

$y=\frac{-1}{2}x^2+2x+4$

$S=\frac{-b}{a}=\frac{-2}{\frac{-1}{2}}=4 \Rightarrow \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{S}{P}=\frac{4}{-8}=\boxed{\frac{-1}{2}}$

$P=\frac{c}{a}=\frac{4}{\frac{-1}{2}}=-8$

۱۰

$(2)^2-(4a+4)2+(3a^2+6a+3)=0$

$\underbrace{4-8a-8+3a^2+6a+3}=0$

$-2a-1+3a^2=0 \Rightarrow 3a^2-2a-1=0$
- $a=1$
- $a=\frac{-1}{3}$

$a=1 \Rightarrow x^2-8x+12=0$, $(x-6)(x-2)$
- $\boxed{x=6}$
- $x=2$

$a=\frac{-1}{3} \Rightarrow x^2-\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}=0$, $(x-2)(x-\frac{2}{3})$
- $x=2$
- $\boxed{x=\frac{2}{3}}$