یازدهم ریاضی دختر A — پاسخنامه تشریحی شماره ۱۳ — آذر رسالی

---

①

$y=(a-1)x^۲+x+۳$

$\frac{-b}{۲a}=۲ \Rightarrow \frac{-۱}{۲a-۲}=۲ \Rightarrow ۴a-۴=-۱ \Rightarrow ۴a=۳ \Rightarrow a=\frac{۳}{۴}$

$(x-۶)(x+۲)=۰$

$y=(\frac{۳}{۴}-۱)x^۲+x+۳ \Rightarrow y=-\frac{۱}{۴}x^۲+x+۳ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} -\frac{۱}{۴}x^۲+x+۳=۰ \Rightarrow x^۲-۴x-۱۲=۰$ → $\boxed{x=۶ \text{ مثبت}}$ , $x=-۲$

---

②

$f(x)=mx^۲-۵x+m$

$x_1$ $x_2$

$-$ | $+$ | $-$

$a<۰ \Rightarrow \max$ دار ①

$\Delta>۰ \Rightarrow ۲۵-۴m^۲>۰ \Rightarrow ۲۵>۴m^۲ \Rightarrow \begin{cases}\frac{۵}{۲}>m\\ -\frac{۵}{۴}<m \text{ ②}\end{cases}$ ①∩② $\frac{-۵}{۴}<m<۰$

$m\in(-\frac{۵}{۴},۰)$

---

③

$x^۲-Sx+P=۰$

$S=\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳}+\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳}=\frac{۶}{۳}=۲$

$P=\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳}\times\frac{۳+\sqrt{۵}}{۳}=\frac{۹-۵}{۹}=\frac{۴}{۹}$

$\Rightarrow x^۲-۲x+\frac{۴}{۹}=۰ \xrightarrow{\times ۹} ۹x^۲-۱۸x+۴=۰$

---

④

$۲x^۲-۸x+m+۲=۰$ , $۳\alpha^۲+\beta^۲=۱۲ \Rightarrow ۲\alpha^۲+۲\beta^۲+\alpha^۲-\beta^۲=۱۲ \Rightarrow ۲(S^۲-۲P)+(S)(\frac{\sqrt{\Delta}}{a})=۱۲$

$S=\frac{۸}{۲}=۴$ , $P=\frac{m+۲}{۲}$ , $\frac{\sqrt{\Delta}}{a}=\frac{\sqrt{۶۴-۸(m+۲)}}{۲}=\frac{\sqrt{۴۸-۸m}}{۲}$ , $۲(۱۶-m+۲)+۴\sqrt{۴۸-۸m}=۱۲$

$۶=۱۶-m+۲+\sqrt{۴۸-۸m} \Rightarrow \sqrt{۴۸-۸m}=m-۸ \Rightarrow ۴۸-۸m=m^۲+۶۴-۱۶m \Rightarrow m^۲-۸m+۱۶=۰$

$(m-۴)^۲=۰ \Rightarrow m=۴$

---

⑤

$ax^۲+bx+\overset{\text{عرض از مبدا ۵}}{c}=۰ \Rightarrow ax^۲+bx+۵=۰ \Rightarrow ax^۲-۴ax+۵=۰ \xrightarrow{x=۲} ۴a-۸a+۵=۹ \Rightarrow$

$S(۲,۹) \Rightarrow \frac{-b}{۲a}=۲ \Rightarrow -b=۴a$

$۴=۴a-۸a \Rightarrow ۴=-۴a \Rightarrow \boxed{a=-۱} \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} -x^۲+۴x+۵=۰ \Rightarrow x^۲-۴x-۵=۰ \Rightarrow (\underbrace{x-۵}_{۵})(\underbrace{x+۱}_{-۱})$

$-۱$ $۵$

$-$ | $+$ | $-$ $\Rightarrow$ بازه $(-۱,۵) \Rightarrow$ بالای محور $x$

---

⑥

$\alpha x^۲-۷x+۹\beta=۰$ , $\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=$ [illegible] $=\frac{\frac{-۷}{۳}}{\frac{-۲}{۱}}=\frac{۷}{۶}$

$\alpha(\beta^۲)-۷\beta+۹\beta=۰ \Rightarrow \alpha\beta^۲=-۲\beta \xRightarrow{\beta} \alpha\beta=-۲ \Rightarrow \frac{c}{a}=\alpha.\beta \Rightarrow \frac{۹\beta}{a}=-۲ \Rightarrow ۹\beta=-۲\alpha$

$\alpha(\alpha)^۲-۷\alpha-۲\alpha=۰ \Rightarrow \alpha^3=۹\alpha \Rightarrow \alpha=\pm۳ \xrightarrow{\beta>۰} \alpha=-۳ , \beta=\frac{۲}{۳}$

$\alpha+\beta=-۳+\frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{-۹}{۳}+\frac{۲}{۳}=-\frac{۷}{۳}$

---

⑦

$x^۲+mx-۲m=۰$ , $\alpha^۲-m\beta=۸ \Rightarrow \alpha^۲+\beta^۲-۲m=۸ \Rightarrow (S^۲-۲P)-۲m=۸ \Rightarrow m^۲+۲m-۸=۰$

$S=-m$ , $P=-۲m$

$(m-۲)(m+۴)=۰$ → $m=-۴$ , $m=۲$ ①

$\xRightarrow{x=\beta} \beta^۲+m\beta-۲m=۰ \Rightarrow -m\beta=\beta^۲-۲m$

$\Delta>۰ \Rightarrow m^۲-۴(-۲m)(۱)>۰ \Rightarrow m^۲+۸m>۰ \Rightarrow$

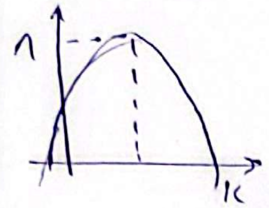
$-۸$ $۰$

$+$ | $-$ | $+$ $\Rightarrow m\notin[-۸,۰]$ ② $\Rightarrow$ ①∩②

$m=۲$

max دارد $\Rightarrow m<۰$

$f(x)=mx^۲+۴x+\frac{m}{۲}+۷$ $\quad \frac{c}{a}<۰ \Rightarrow \frac{\frac{m+۱۴}{۲}}{m}=\frac{m+۱۴}{۲m}<۰ \quad m\notin(-۱۴,۰)$ ⑧



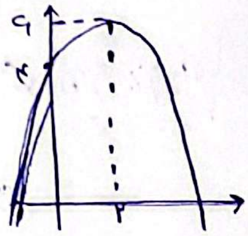
رأس $= \left\{ \frac{-\Delta}{۴a}=۸ \Rightarrow \frac{۲m^۲+۲۸m-۱۶}{۴m}=۸ \Rightarrow ۲m^۲+۲۸m-۱۶=۳۲m \Rightarrow ۲m^۲-۴m-۱۶ \right.$

$۲m^۲-۴m-۱۶=۰ \Rightarrow m^۲-۲m-۸=۰ \Rightarrow (m-۴)(m+۲)= \begin{cases} m=-۲ ✓ \\ m=۴ ✗ \end{cases}$

ریشه‌ها $= m=-۲ \Rightarrow -۲x^۲+۴x+۶=۰ \Rightarrow \frac{-۴\pm\sqrt{۱۶+۴۸}}{-۴} \Rightarrow \begin{cases} -۱=x \\ \boxed{x=۳} ✓ \end{cases}$

k ریشه مثبت

---



$ax^۲+bx+c=۰ \xrightarrow{c=۴} ax^۲+bx+۴=۰$ ⑨

رأس $= \left\{ \frac{-b}{۲a}=۲ \Rightarrow -b=۴a \Rightarrow ax^۲-۴ax+۴=۰ \xrightarrow{x=۲} ۴a-۸a+۴=۶ \right.$

$-۴a=۲ \Rightarrow a=\frac{-۱}{۲} \Rightarrow \frac{-x^۲}{۲}+۲x+۴=۰ \xrightarrow{-۲} x^۲-۴x-۸=۰$

$\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{S}{P}=\frac{۴}{-۸}=\frac{-۱}{۲}$

---

$x^۲-(۴a+۴)x+(۳a^۲+۶a+۳)=۰$ ⑩

$x^۲-۴(a+۱)x+(۳\underbrace{(a^۲+۲a+۱)}_{(a+۱)^۲})=۰ \xrightarrow{x=۲} ۴-۸(a+۱)+۳(a+۱)^۲=۰ \Rightarrow ۴-۸a-۸+۳a^۲+۶a+۳=۰$

$۳a^۲+۲a-۱=۰ \Rightarrow$ ریشه‌ها $\begin{cases} -۱ \text{ غ‌ق‌ق} \\ \frac{۱}{۳} \text{ ق‌ق} \end{cases}$ اگر $a=-۱$ در معادله جایگذاری شود ← یک ریشه مضاعف

$x^۲-۴(\frac{۱}{۳}+۱)x+۳(\frac{۱}{۳}+۱)^۲=۰ \Rightarrow x^۲-\frac{۱۶}{۳}x+\frac{۳\times۱۶}{۹}=۰ \Rightarrow$ مجموع ریشه‌ها $=\frac{-b}{۲a}=\frac{\frac{۱۶}{۳}}{۲}=\frac{۸}{۳}$

$\frac{۸}{۳}=۲+\beta \Rightarrow \beta=\frac{۲}{۳}$