یازدهم دختر A — تکلیف شماره ۱۵ — سارینا شیخ محمدی

14

۱-

الف) $A\left|\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\right.$ ، $B\left|\begin{matrix}5\\-2\end{matrix}\right.$ ⇐ $m=\dfrac{2-(-2)}{4-5}=\dfrac{4}{-1}$ ، $m=-4$

$-4(4)+h=2$ ، $-16 \Rightarrow h=18$

$y=-4x+18$

ب) موازی با $3y+6x=-11$ ⇐ $m_1=m_2$ ، $m=\dfrac{-6}{3}=-3$ ، $A\left|\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\right.$

$-3(4)+h=2$ ، $-12 \Rightarrow h=14$

$y=-3x+14$

ج) عمود بر $x+3y=1$ ⇐ $m=\dfrac{-1}{3}$ ⇐ $m'=3$ ، $A\left|\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\right.$

$3(4)+h=2$ ، $12 \Rightarrow h=-10$

$y=3x-10$

د) $\tan\dfrac{\pi}{3}=m$ ⇐ $m=\sqrt{3}$

$\sqrt{3}(4)+h=2$

$h=2-4\sqrt{3}$

$y=\sqrt{3}x+2-4\sqrt{3}$

۲-

الف) $d=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$ ⇐ $d=\sqrt{(2-(-1))^2+(3-7)^2}=\sqrt{25}=5$ ، $(3^2$ ، $(-4)^2)$

ب) $3x+4y=3$

$d=\dfrac{|3(2)+4(3)-3|}{\sqrt{25}}=\dfrac{15}{5}=3$

۳-

الف) $2x+3y=6$

$2x+3y=4$ ، $4x+6y=8$

⇐ $m'=-\dfrac{2}{3}$

فاصله دو خط $=\dfrac{|6-4|}{\sqrt{13}}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$

فاصله خط جدید $\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{13}} \Rightarrow \dfrac{6+4}{2}=5 \Rightarrow y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{5}{3} \Rightarrow 3y+2x=5$

میانگین عرض از مبداها

ب) $2x+3y=6$ ، $4x+6y=8$ ⟶ (هم‌ضریب کردن) $2x+3y=4$

فاصله دو خط $=\dfrac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$=\dfrac{|6-4|}{\sqrt{4+9}}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$

۴- برای نیمساز:

$$\frac{|ax+by-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|a'x+b'y-c'|}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

$2x+3y=3$ ، $3x-2y=1$ $\Rightarrow \dfrac{|2x+3y-3|}{\sqrt{13}}=\dfrac{|3x-2y-1|}{\sqrt{13}}$

$\Rightarrow |2x+3y-3|=|3x-2y-1|$

$2x+3y-3=3x-2y-1 \Rightarrow 5y-x=2$ ، $2x+3y-3=-3x+2y+1$ ⇒ $5x+y=4$

۵- ②

$\tan\alpha = \left|\frac{m-m'}{1+mm'}\right|$

$y+۳x=۳$

$y-۲x=۵$

$\left|\frac{-۳-(۲)}{۱-۶}\right| = \frac{-۵}{-۵} = ۱ \Rightarrow \tan\alpha = ۱ \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{۴}$

۶- ②

$A\begin{vmatrix}۳\\-۲\end{vmatrix}$ ، $B\begin{vmatrix}-۵\\۴\end{vmatrix}$

الف) $d=\sqrt{\underbrace{(۳-(-۵))^۲}_{۸۲}+\underbrace{(-۲-۴)^۲}_{-۶۲}}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$

ب) $\frac{۳-۵}{۲}=\frac{-۲}{۲}=-۱=x$ ⇐ میانگین بگیری

$\frac{۴-۲}{۲}=۱=y \Rightarrow (-۱,۱)$

۷- ②

$\begin{vmatrix}۳\\۱\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix}-۲\\۳\end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix}-۱۰\\-۱۳\end{vmatrix}$

الف) $\frac{۳-۱۰-۲}{۳}=\frac{-۹}{۳}=-۳$ ، $\frac{-۱۳+۳+۱}{۳}=\frac{-۹}{۳}=-۳$ ⇐ مرکز ثقل $=(-۳,-۳)$

ب) $S=\frac{۱}{۲}\begin{vmatrix}-۱۰&-۲&۳\\۱&۱&۱\\-۱۳&۳&۱\end{vmatrix}=\frac{۱}{۲}(\underbrace{-۳۹-۲-۳۰+۱۰-۲۶-۹}_{-۹۶}) \Rightarrow S=\frac{۱}{۲}\times ۹۶=۴۸$

۸- ②

$y=\frac{۲x+۱}{۴x-۳}$ قرینه نسبت به محورها

الف) $-y=\frac{۲x+۱}{۴x-۳} \Rightarrow y=\frac{۲x+۱}{۳-۴x}$

ب) $y=\frac{-۲x+۱}{-۴x-۳}$

ج) جای x و y را جابجا می‌کنیم → $x=\frac{۲y+۱}{۴y-۳} \Rightarrow ۴yx-۳x=۲y+۱ \Rightarrow ۴yx-۲y=۳x+۱$

$y(۴x-۲)=۳x+۱$

$\Rightarrow y=\frac{۳x+۱}{۴x-۲}$

د) جابجایی و قرینه y و x → $-x=\frac{-۲y+۱}{-۴y-۳} \Rightarrow ۴xy+۳x=-۲y+۱$

$\Rightarrow ۴xy+۲y=۱-۳x \Rightarrow y(۴x+۲)=۱-۳x \Rightarrow y=\frac{۱-۳x}{۴x+۲}$

---

۹) ①

$y=\frac{۲x+۱}{x-۳}$

الف) مبدأ مختصات $(۲,-۳)$

$x'=x-۲$

$y'=y-(-۳)$

$y+۳=\frac{۲(x-۲)+۱}{(x-۲)-۳} \Rightarrow y=\frac{۲x-۳}{x-۵}-۳ \Rightarrow \frac{۲x-۳-۳x+۱۵}{x-۵}=\frac{۱۲-x}{x-۵}$

$\Rightarrow y=\frac{۱۲-x}{x-۵}$

$x=x'+۲$

$y=y'-۳$

$y'-۳=\frac{۲x'+۵}{x'-۱}$

$y'=\frac{۵x'+۲}{x'-۱}$

ب) مبدأ مختصات $(۳,۲)$

$x'=x-۳$

$y'=y-۲$

$\Rightarrow y-۲=\frac{۲(x-۳)+۱}{x-۳-۳}=\frac{۲x-۵}{x-۶} \Rightarrow y=\frac{۲x-۵+۲x-۱۲}{x-۶}=\frac{۴x-۱۶}{x-۶} \Rightarrow y=\frac{۴x-۱۶}{x-۶}$

$y'+۲=\frac{۲x'+۷}{x'}$

$y'=\frac{۷}{x'}$

10) $\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ x - 5y = 1 \end{cases}$

الف) $\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ x - 5y = 1 \end{cases} \times -3 \Rightarrow$ معادلتين متعاكستين. $\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ -3x + 15y = -3 \end{cases}$

$19y = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{19}$

$x + \frac{5}{19} = \frac{1}{19} \Rightarrow x = \frac{4}{19}$

(2)

ب)

$$x = \frac{-\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{-(4 - (-15))}{-15 - 4} = \frac{-19}{-19} = 1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{3 - 2}{-15 - 4} = \frac{1}{-19}$$

$$x = -\frac{\begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$$