

الف) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow \frac{2 - (-2)}{4 - 2} = -4 \quad y = \frac{m}{-4}x + b \xrightarrow{1f} 2 = -4(2) + b \rightarrow b = 18$

ب) $2y + 4x = -1 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ $\xrightarrow{1f} y = -4x + 18$

نسب ها برابرند $\rightarrow m = m' \rightarrow y = m'x + b$

$\xrightarrow{1f} 2 = -4(2) + b \rightarrow b = 18 \Rightarrow y = -4x + 18$

ج) $x + 3y = 1 \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

نسب ها برابرند $\rightarrow m = -\frac{1}{3} \Rightarrow m' = 3$

$y = m'x + b \xrightarrow{1f} 2 = 3(4) + b \rightarrow b = -10$
 $y = 3x - 10$

د) $m = \tan \alpha \Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} = m$

$y = m'x + b \xrightarrow{1f} 2 = \sqrt{3}(4) + b \rightarrow b = 2 - 4\sqrt{3}$
 $y = \sqrt{3}x + 2 - 4\sqrt{3}$

الف) فاصله نقطه = $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10} = \sqrt{10}$

ب) فاصله نقطه از خط = $\frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad a=3 \quad b=4 \quad c=-3 \rightarrow \frac{|3(2) + 4(3) - 3|}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{|15|}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$

$3x + 4y - 3 = 0$

الف) $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + 4y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$ $\xrightarrow{2f} \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$ $\xrightarrow{2f} \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 0 = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow 2x + 3y = 4$

ب) فاصله از خط موازی دیگر غیر منطبق = $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4 - 8|}{\sqrt{(2)^2 + (3)^2}} = \frac{4}{\sqrt{13}} = \frac{4\sqrt{13}}{13}$

$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

فاصله از خط موازی دیگر منطبق: $\frac{|ax + by - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a'x + b'y - c'|}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$ $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$

$\frac{|3x - 2y - 1|}{\sqrt{(3)^2 + (-2)^2}} = \frac{|3x + 2y - 3|}{\sqrt{(3)^2 + (2)^2}} \rightarrow |3x - 2y - 1| = |3x + 2y - 3|$

$\begin{cases} 3x - 2y - 1 = 3x + 2y - 3 \rightarrow x - 4y = -2 \\ 3x - 2y - 1 = -3x - 2y + 3 \rightarrow 6x = 4 \rightarrow x = \frac{2}{3} \end{cases}$

زاویه از خط متقاطع با شیب های $m, m' \Rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| \Rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{2 - (-3)}{1 + (2)(-3)} \right| = \left| \frac{5}{-5} \right| = 1$

$y = 2x + 2 \rightarrow m = 2$

$y = -3x + 3 \rightarrow m' = -3$

$\tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

الف) $A \begin{vmatrix} 3 \\ -2 \end{vmatrix} B \begin{vmatrix} -5 \\ 4 \end{vmatrix}$ فاصله نقطه $= \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(3 - (-5))^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{44 + 36} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

ب) مختصات نقطه وسط $\Rightarrow y' = \frac{y_1 + y_2}{2} \Rightarrow y' = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$
 $x' = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow x' = \frac{3 + (-5)}{2} = -1$ $\Rightarrow C(1, 1)$

الف) مختصات مرکز ثقل مثلث $\Rightarrow x_G = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \Rightarrow x_G = \frac{(-10) + (-2) + 3}{3} = -3$
 $y_G = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \Rightarrow y_G = \frac{(-13) + 3 + 1}{3} = -3 \Rightarrow G(-3, -3)$

ب) مساحت مثلث $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & -13 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [-30 + (-2) + (-39) - 9 + 10 - 27] = \frac{1}{2} \times 94 = 47$

الف) قرینه نسبت به محور y $= y \rightarrow -y \Rightarrow -y = \frac{2x+1}{4x-3} \Rightarrow y = \frac{-2x-1}{4x-3}$

ج) قرینه نسبت به تناسبات $= \begin{cases} x \rightarrow y \\ y \rightarrow x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2y+1}{4y-3} \Rightarrow y = \frac{x+1}{4x-2}$

د) قرینه نسبت به تناسبات $= \begin{cases} x \rightarrow -y \\ y \rightarrow -x \end{cases} \Rightarrow -x = \frac{-2y+1}{-4y-3} \Rightarrow y = \frac{1-3x}{4x+2}$

الف) $\begin{cases} x' = x-2 \rightarrow x = x'+2 \\ y' = y+3 \rightarrow y = y'-3 \end{cases} \Rightarrow y'-3 = \frac{2(x'+2)+1}{x'+2-2} \Rightarrow y' = \frac{2x'+5}{x'-1} + 3$
 $\Rightarrow y' = \frac{5x'+2}{x'-1}$

ب) $\begin{cases} x' = x-3 \rightarrow x = x'+3 \\ y' = y-2 \rightarrow y = y'+2 \end{cases} \Rightarrow y'+2 = \frac{2(x'+3)+1}{x'+3-3} \Rightarrow y' = \frac{2x'+7}{x'} - 2$
 $\Rightarrow y' = \frac{7}{x'}$

الف) $\begin{cases} 3x+4y=2 \\ x-5y=1 \end{cases} \xrightarrow{x=1+5y} \begin{cases} 3(1+5y)+4y=2 \\ -3(1+5y)+4y=-3 \end{cases} \rightarrow 19y=-1 \rightarrow y = \frac{-1}{19}$

ب) $\begin{cases} 3x+4y=2 \\ x-5y=1 \end{cases} \rightarrow 3x+4(\frac{-1}{19})=2 \rightarrow x = \frac{14}{19}$

$x = -\frac{\begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} \Rightarrow -\frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = -\frac{4 - (-10)}{-15 - 4} = \frac{14}{19} = x$

$y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} \Rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{3 - 2}{-15 - 4} = \frac{-1}{19} = y$