ماهگا مسیر نقطه‌ای ←

۱ ←

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{۸-(-۶)}{۲-۴} = \frac{-۱۴}{۲} = -۷ \rightarrow$$

$$m_{عمودمنصف} = ۱/۷$$

$$m \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{۲} = \frac{۲+۴}{۲} = ۳ \\ \frac{y_A + y_B}{۲} = \frac{۸-۶}{۲} = ۱ \end{cases} \rightarrow$$

$$y - y_m = m(x - x_m)$$

$$y - ۱ = \frac{۱}{۷}(x - ۳) \rightarrow$$

$$\boxed{y = ۱/۷\, x + ۴/۷}$$

---

۲ ←

AH = فاصله نقطه A از خط BC

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{۳-۷}{-۱-(-۴)} = -۴/۳$$

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - ۷ = -۴/۳\,(x + ۴) \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\times ۳} ۳y + ۴x - ۵ = ۰$$

$$AH = \frac{|۳\times۱ + ۴\times۳ - ۵|}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^۲ + (y_C - y_B)^۲} = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$$

$$BC - AH = ۵ - ۲ = ۳$$

قطر دایره = [illegible] $\Rightarrow (۲y - x - ۷ = 0) \xrightarrow{\times ۲} ۴y - ۲x - ۱۴ = 0$ ←۳

$\uparrow$

$۴y - ۲x - ۲ = 0$

$$۲r = \frac{|c' - c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|-۲ + ۱۴|}{\sqrt{۱۶ + ۴}} = \frac{۱۲}{۲\sqrt{۵}} = \frac{۶}{\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{۳}{\sqrt{۵}}$$

$$S = \pi r^۲ \rightarrow S = \pi \times \frac{۳}{\sqrt{۵}} \times \frac{۳}{\sqrt{۵}} = \boxed{۹/۵\, \pi}$$

←۴

$$M \left| \begin{array}{l} \dfrac{x_A + x_B}{۲} = \dfrac{۲ + ۴}{۲} = ۳ \\[2ex] \dfrac{y_A + y_B}{۲} = \dfrac{۱ + ۳}{۲} = ۲ \end{array} \right.$$

$$m_{AB} = \frac{۱ - ۳}{۴ - ۲} = -۱ \rightarrow m_{CH} = ۱$$

$$CH \rightarrow y + ۳ = x + ۱ \rightarrow y = x - ۲$$

$$AB \rightarrow y - y_A = m(x - x_A)$$

$$y - ۳ = -۱(x - ۲) \Rightarrow y = -x + ۵$$

نقطه H نقطه برخورد CA , AB است

$$x - ۲ = -x + ۵ \Rightarrow ۲x = ۷ \Rightarrow x = ۷/۲ ,\ y = ۳/۲$$

$MH = \sqrt{(۷/۴ - ۳)^۲ + (۳/۴ - ۲)^۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$(۳m-۲)x + (۵-m)y - ۷ = ۰$ ← ۵

$\rightarrow m_۱ = \frac{۳m-۲}{m-۵}$

$(m+۱)x - (۲m-۴)y + ۱ = ۰$

$\rightarrow m_۲ = \frac{m+۱}{۲m-۴}$

عمود بر هم $\rightarrow m_۱ \times m_۲ = -۱ \Rightarrow \frac{۳m-۲}{m-۵} \times \frac{m+۱}{۲m-۴} = -۱$

$\Rightarrow \frac{۳m-۲}{m-۵} = \frac{-۲m+۴}{m+۱} \Rightarrow ۳m^۲ - ۲m + ۳m - ۲ =$

$-۲m^۲ + ۴m + ۱۰ - ۲۰$

$\rightarrow ۵m^۲ - ۱۳m + ۱۸ = ۰ \rightarrow \Delta < ۰$

این ۲ خط توانایی عمود بودن بر هم را ندارند

$AB \Rightarrow x + ۲y = ۳ \rightarrow y = -\frac{۱}{۲}x + \frac{۳}{۲}$

$AC \Rightarrow y = ۲x - ۱$

$BC \Rightarrow x + y = ۴ \Rightarrow y = -x + ۴$

$A(۱,۱)$

$B(۵,-۱)$

$C(۵/۳, ۷/۳)$ ← ۶

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}x_A + \frac{3}{2} = 2x_A - 1 \Rightarrow \frac{5}{2}x_A = \frac{5}{2} \Rightarrow x_A = 1 ,\ y_A = 1$$

$$\Rightarrow -x_B + 4 = -\frac{1}{2}x_B + \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x_B = \frac{5}{2} \Rightarrow x_B = 5 ,\ y_B = -1$$

$$\Rightarrow 2x_C - 1 = -x_C + 4 \Rightarrow 3x_C = 5 \Rightarrow x_C = \frac{5}{3} ,\ y_B = \frac{7}{3}$$

$$M \left| \begin{array}{l} \dfrac{5 + \frac{5}{3}}{2} = \frac{10}{3} \\[2ex] \dfrac{\frac{7}{3} - 1}{2} = \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

$$AM = \sqrt{\left(1 - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{50}{9}} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$$

فاصله A از خط B $\Rightarrow AH = \dfrac{|1+1-4|}{\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$$\frac{AM}{AH} = \frac{\frac{5\sqrt{2}}{3}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{5}{3}}$$

$b(0, b) ,\ A(a, 0)$ ۷)

$y = -\frac{1}{2}x + b \xrightarrow{A(a,0)} 0 = -\frac{1}{2}a + b \Rightarrow b = \frac{1}{2}a \rightarrow$

$a = 2b$

فاصله $\Rightarrow \dfrac{|b|}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}}} = \dfrac{|b|}{\sqrt{\frac{5}{4}}} = \sqrt{5} \rightarrow |b| = 5$

$$AB=\sqrt{a^{۲}+b^{۲}}=\sqrt{۲۵+۱۰۰}=\sqrt{۱۲۵}=\boxed{۵\sqrt{۵}}$$

---

۸ ــ

$$\begin{cases} my-۴x=۲m \Rightarrow y=\frac{۴}{m}x+۲ \\ y+mx=x+۲ \Rightarrow y=(۱-m)x+۲ \\ y=۰ \end{cases}$$

عرض از مبدا یکسان $\Rightarrow$ برخورد $(۰,۲)$

$$y_B=\frac{۴}{m}x_B+۲,\quad y_B=۰ \Rightarrow \frac{۴}{m}x_B+۲=۰ \Rightarrow$$

$$\frac{۴}{m}x_B=-۲ \Rightarrow x_B=-\frac{m}{۲},\quad y_B=۰$$

$$y_C=(۱-m)x_C+۲,\quad y_C=۰ \rightarrow ۰=(۱-m)x_C+۲ \Rightarrow$$

$$(۱-m)x_C=-۲ \Rightarrow x_C=\frac{-۲}{۱-m},\quad y_C=۰$$

$$\Rightarrow A(۰,۲),\quad B\left(-\frac{m}{۲},۰\right),\quad C\left(\frac{۲}{m-۱},۰\right)$$

قاعده $\Rightarrow |x_B-x_C|=\frac{۵}{۲} \Rightarrow \left|\frac{۲}{m-۱}+\frac{m}{۲}\right|=\frac{۵}{۲}$

$$\Rightarrow \frac{m^{۲}-m+۴}{۲(m-۱)}=\frac{۵}{۲} \Rightarrow m^{۲}-m+۴=۵m-۵$$

$$\Rightarrow m^{۲}-۶m+۹=۰ \rightarrow m=۳$$

⑨ $\frac{m^2-m+4}{2m-2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow m^2-m+4 = -3m+3$

$\Rightarrow m^2+2m-1=0 \Rightarrow m=-1$

شیب $\rightarrow -1+3 = -2$

$d_1 \Rightarrow y = 2x-3$ ←9

$d_2 \Rightarrow y = 2x-c$

$d_3 \Rightarrow y = 2x-\frac{c+3}{2}$

$d_2 \cap m \Rightarrow -2 = 4-\frac{c+3}{2} \Rightarrow \frac{c+3}{2} = 9 \rightarrow$

$c+3 = 18 \rightarrow c = 9 \Rightarrow d_2 : y = 2x-9$

$d \Rightarrow y = x+3$ ←10

$m_d = 1 \Rightarrow m_{AA'} = -1$

$y-y_A = -1(x-x_A) \Rightarrow y-2 = -x+1 \Rightarrow y = -x+3$

d_1 با AA' متقارن است $\rightarrow x+3 = -x+3$

$\Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1, y = 4 \rightarrow A, A$ b, m

$$M \begin{cases} \frac{a+1}{2} = -1 \Rightarrow a+1 = -2 \rightarrow a = -3 \\ \frac{b+2}{2} = 4 \Rightarrow b+2 = 8 \Rightarrow b = 6 \end{cases}$$

$$2b - a = 12 - (-3) = 12 + 3 = 15$$