آلا درسانی ⑲ یازدهم ریاضی A پاسخنامه تشریحی شماره ۱۸

---

①

$\frac{x}{y}=\frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x'}{y}=\frac{1+\sqrt5}{2}=2x'=4+4\sqrt5 \Rightarrow x'=2+2\sqrt5$

$\frac{S'}{S}=\frac{x'y}{xy}=\frac{2+2\sqrt5}{5}$

۲

---

②

$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x}=\frac{1+\sqrt5}{2}=2\sqrt{x^2+y^2}=x+x\sqrt5 \Rightarrow 4x^2+4y^2=x^2+5x^2+2x^2\sqrt5$

$\frac{x^2}{y^2}=\frac{4}{2+2\sqrt5}=\frac{2}{1+\sqrt5}$

۵

---

③

$3a+\sqrt{2a^2+4a}=2 \Rightarrow \sqrt{2a^2+4a}=2-3a \Rightarrow 2a^2+4a=4-12a+9a^2$

$7a^2-16a+4=0 \Rightarrow a^2-16a+28 \Rightarrow (a-2)(a-14) \Rightarrow$ $a=\frac{14}{7}=2$ غ ق ق ، $a=\frac{2}{7}=$ ق ق

$6+\sqrt{8+8}=2$ غ ق ق

$\frac{6}{7}+\sqrt{\frac{8}{49}+\frac{56}{49}}=2 \Rightarrow$ ق ق

$\frac{a+1}{a}=\frac{\frac{2}{7}+\frac{7}{7}}{\frac{2}{7}}=\frac{9}{2}=4{,}5$

۲

---

④

$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3}-\frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}}=\frac{x-\cancel{4}}{\sqrt{\cancel{x}-1}}=\frac{(3-\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})-(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1}+3)}{9-(x-1)}=\sqrt{x-1}$

$\frac{3\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2-1}-3\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2-1}}{9-(x-1)}=\sqrt{x-1} \Rightarrow \frac{-2\sqrt{x^2-1}}{10-x}=\sqrt{x-1}$

۵

$10-x\sqrt{x-1}=-2\sqrt{x^2-1} \Rightarrow 10-x\cancel{\sqrt{x-1}}=-2\cancel{\sqrt{x-1}}\sqrt{x+1} \Rightarrow -2\sqrt{x+1}=10-x$

$\sqrt{x+1}=\frac{x}{2}-5 \Rightarrow x+1=\frac{x^2}{4}-5x+25 \Rightarrow x^2-24x+96=0 \Rightarrow$

$x=12-4\sqrt3<10 \Rightarrow$ غ ق ق . $\frac{x}{2}-5\geq0 \Rightarrow x\geq10$ اریشه مثبت

$x=12+4\sqrt3 \Rightarrow$ غ ق ق

---

⑤

$\frac{1}{\sqrt{2-x}+2}-\frac{1}{2-\sqrt{2-x}}=\frac{2-\cancel{x}}{5\sqrt{2-\cancel{x}}} \Rightarrow \sqrt{2-x}+2+\sqrt{2-x}+2=\frac{\sqrt{2-x}(-x-2)}{5}$

$15\sqrt{2-\cancel{x}}=\sqrt{2-\cancel{x}}(-x-2) \Rightarrow 10=-x-2 \Rightarrow x=-12$

ریشه مثبت ندارد

۵

⑥ (۱)

$\frac{۱}{x^۲}+\frac{۱}{(۱-x)^۲}=\frac{۱۶۰}{۹} \Rightarrow \frac{۱}{x}+\frac{۱}{۱-x}=\frac{۴\sqrt{۱۰}}{۳} \Rightarrow \frac{\cancel{x}+۱-\cancel{x}}{x-x^۲}=\frac{۴\sqrt{۱۰}}{۳}$

$\frac{۱}{x-x^۲}=\frac{۴\sqrt{۱۰}}{۳} \Rightarrow x-x^۲=\frac{۳}{۴\sqrt{۱۰}} \Rightarrow ۴\sqrt{۱۰}x-۴\sqrt{۱۰}x^۲=۳ \Rightarrow$

$\frac{۲(x^۲-x)+۱}{(x-x^۲)^۲}=\frac{۱۶۰}{۹}$ $\frac{۲t+۱}{t^۲}=\frac{۱۶۰}{۹}$

$\to t=۰٫۳ ,\ \frac{-۳}{۱۶}$

$۴\sqrt{۱۰}x^۲-۴\sqrt{۱۰}x+۳=۰ \Rightarrow$ مجموع ریشه $=S=\frac{-b}{a}=\frac{۴\sqrt{۱۰}}{۴\sqrt{۱۰}}=۱$ $\downarrow S_۱=۱$ $\downarrow S_۲=۱$ $۱+۱=۲$

---

⑦ (۲)

$\sqrt{x+\sqrt{-x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰}}+\sqrt{x^۲+\sqrt{-x^۲+۶x-۸}}=x+۲$

$-x^۲+۶x-۸\geq ۰ \Rightarrow \frac{\ \ ۲\quad\ ۴\ \ }{-\ |\ +\ |\ -} \Rightarrow ۲\leq x\leq ۴$ ① $\quad -x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰\geq ۰ \Rightarrow x^۳-۴x^۲-۲۵x+۱۰۰\leq ۰$

$(x^۳-۲۵x)-(۴x^۲-۱۰۰)\leq ۰ \Rightarrow x(x^۲-۲۵)-۴(x^۲-۲۵)\leq ۰ \Rightarrow (x^۲-۲۵)(x-۴)\leq ۰ \Rightarrow$

$\frac{\ \ -۵\quad ۴\quad ۵\ \ }{-\ |\ +\ |\ -\ |\ +} \Rightarrow ۴\leq x\leq ۵ \cup x\leq -۵$ ② $\Rightarrow$ ① $\cap$ ② $\Rightarrow x=۴$ ✓

if $x=۴ \Rightarrow \sqrt{\overset{۲}{\cancel{۴+\sqrt{۰}}}}+\sqrt{\overset{۴}{\cancel{۱۶+۰}}}=۴+۲ \Rightarrow$ ق ق

---

⑧ (۲)

$\frac{\qquad -۲ \qquad\qquad ۱ \qquad}{-۲x-۱\ |\ \underbrace{۳}_{\text{غ ق ق}}\ |\ ۲x+۱}$ $y=-\frac{x}{۳}+\frac{۱۷}{۳}$

$-۲x-۱=-\frac{x}{۳}+\frac{۱۷}{۳} \Rightarrow -۶x-۳=-x+۱۷ \Rightarrow -۲۰=۵x \Rightarrow x=-۴ \Rightarrow y=۷$

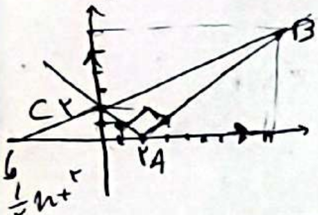
$۲x+۱=-\frac{x}{۳}+\frac{۱۷}{۳} \Rightarrow ۶x+۳=-x+۱۷ \Rightarrow ۷x=۱۴ \Rightarrow x=۲ \Rightarrow y=۵$

$AB=\sqrt{(\underbrace{۲+۴}_{۶})^۲+(\underbrace{۵-۷}_{-۲})^۲}=\sqrt{۳۶+۴}=\sqrt{۴۰} \Rightarrow ۲\sqrt{۱۰}$

---

⑨ (۲)

$y=\frac{۱}{۲}x+۲$ ، $y=\sqrt{x^۲-۴x+۴} \Rightarrow y=\sqrt{(x-۲)^۲} \Rightarrow y=|x-۲|$ $\frac{\qquad ۲ \qquad}{۲-x\ |\ x-۲}$



$\frac{۱}{۲}x+۲=۲-x \Rightarrow \frac{۱}{۲}x+x=۰ \Rightarrow x=۰ \Rightarrow y=۲$

$\frac{۱}{۲}x+۲=x-۲ \Rightarrow ۴=\frac{۱}{۲}x \Rightarrow x=۸ \Rightarrow y=۶$

$AC=\sqrt{(\underbrace{۲-۰}_{۴})^۲+(\underbrace{۰-۲}_{۴})^۲}=\sqrt{۸} \Rightarrow ۲\sqrt{۲}$ $\Rightarrow S=\frac{\cancel{۲}\sqrt{۲}\times ۶\sqrt{۲}}{\cancel{۲}}=۶\times ۲=۱۲$

$AB=\sqrt{(\underbrace{۲-۸}_{-۶})^۲+(\underbrace{۰-۶}_{-۶})^۲}=\sqrt{۷۲} \Rightarrow ۶\sqrt{۲}$

---

⑩ (۲)

$\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۹}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow ۲۰x+۱۸۰+۲۰x=x^۲+۹x \Rightarrow x^۲-۳۱x-۱۸۰ \Rightarrow$

$(x-۳۶)(x+۵) \Rightarrow$
- $x=-۵$ غ ق ق
- $x=۳۶$ ✓