آلاء رسانی — یازدهم ریاضی A — پاسخنامه تشریحی شماره ۱۸

---

①

$\frac{x}{y}=\frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{x'}{y}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}=۲x'=۴+۴\sqrt{۵} \Rightarrow x'=۲+۲\sqrt{۵}$

$\frac{S'}{S}=\frac{x'y}{xy}=\frac{۲+۲\sqrt{۵}}{۵}$

---

②

$\frac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{x}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}=۲\sqrt{x^۲+y^۲}=x+x\sqrt{۵} \Rightarrow ۴x^۲+۴y^۲=x^۲+۵x^۲+۲x^۲\sqrt{۵}$

$\frac{x^۲}{y^۲}=\frac{۴}{۲+۲\sqrt{۵}}=\frac{۲}{۱+\sqrt{۵}}$

---

③

$۳a+\sqrt{۲a^۲+۴a}=۲ \Rightarrow \sqrt{۲a^۲+۴a}=۲-۳a \Rightarrow ۲a^۲+۴a=۴-۱۲a+۹a^۲$

$۷a^۲-۱۶a+۴=۰ \Rightarrow a^۲-۱۶a+۲۸ \Rightarrow (a-۲)(a-۱۴) \Rightarrow$ $a=\frac{۱۴}{۷}=۲$ غ ق ق ، $a=\frac{۲}{۷}=$ ق ق

$۶+\sqrt{۸+۸}=۲$ غ ق ق

$\frac{۶}{۷}+\sqrt{\frac{۸}{۴۹}+\frac{۵۶}{۴۹}}=۲ \Rightarrow$ ق ق

$\frac{a+۱}{a}=\frac{\frac{۲}{۷}+\frac{۷}{۷}}{\frac{۲}{۷}}=\frac{۹}{۲}=۴٫۵$

---

④

$\frac{\sqrt{x+۱}}{\sqrt{x-۱}+۳}-\frac{\sqrt{x+۱}}{۳-\sqrt{x-۱}}=\frac{x-\cancel{۱}}{\sqrt{\cancel{x}-۱}}=\frac{(۳-\sqrt{x-۱})(\sqrt{x+۱})-(\sqrt{x+۱})(\sqrt{x-۱}+۳)}{۹-(x-۱)}=\sqrt{x-۱}$

$\frac{۳\sqrt{x+۱}-\sqrt{x^۲-۱}-۳\sqrt{x+۱}-\sqrt{x^۲-۱}}{۹-(x-۱)}=\sqrt{x-۱} \Rightarrow \frac{-۲\sqrt{x^۲-۱}}{۱۰-x}=\sqrt{x-۱}$

$۱۰-x\sqrt{x-۱}=-۲\sqrt{x^۲-۱} \Rightarrow ۱۰-x\sqrt{\cancel{x-۱}}=-۲\sqrt{\cancel{x-۱}}\sqrt{x+۱} \Rightarrow -۲\sqrt{x+۱}=۱۰-x$

$\sqrt{x+۱}=\frac{x}{۲}-۵ \Rightarrow x+۱=\frac{x^۲}{۴}-۵x+۲۵ \Rightarrow x^۲-۲۴x+۹۶=۰ \Rightarrow$

$x=۱۲-۴\sqrt{۳}<۱۰ \Rightarrow$ غ ق ق . $\frac{x}{۲}-۵\geq ۰ \Rightarrow x\geq ۱۰$ ریشه مثبت

$x=۱۲+۴\sqrt{۳} \Rightarrow$ غ ق ق

---

⑤

$\frac{۱}{\sqrt{۲-x}+۲}-\frac{۱}{۲-\sqrt{۲-x}}=\frac{۲-\cancel{x}}{۵\sqrt{\cancel{۲-x}}} \Rightarrow \sqrt{۲-x}-۲+\sqrt{۲-x}+۲=\frac{\sqrt{۲-x}(-x-۲)}{۵}$

$۱۰\sqrt{\cancel{۲-x}}=\sqrt{\cancel{۲-x}}(-x-۲) \Rightarrow ۱۰=-x-۲ \Rightarrow x=-۱۲$

ریشه مثبت ندارد

⑥

$$\frac{۱}{x^۲}+\frac{۱}{(۱-x)^۲}=\frac{۱۹۰}{۹} \Rightarrow \frac{۱}{x}+\frac{۱}{۱-x}=\frac{۴\sqrt{۱۰}}{۳} \Rightarrow \frac{\cancel{x}+۱-\cancel{x}}{x-x^۲}=\frac{۴\sqrt{۱۰}}{۳}$$

$$\frac{۱}{x-x^۲}=\frac{۴\sqrt{۱۰}}{۳} \Rightarrow x-x^۲=\frac{۳}{۴\sqrt{۱۰}} \Rightarrow ۴\sqrt{۱۰}x-۴\sqrt{۱۰}x^۲=۳ \Rightarrow$$

$$۴\sqrt{۱۰}x^۲-۴\sqrt{۱۰}x+۳=0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه}=S=\frac{-b}{a}=\frac{۴\sqrt{۱۰}}{۴\sqrt{۱۰}}=۱$$

---

⑦

$$\sqrt{x+\sqrt{-x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰}}+\sqrt{x^۲+\sqrt{-x^۲+۶x-۸}}=x+۲$$

$$-x^۲+۶x-۸\geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c} ۲ & ۴ \\ -\;\;+ & - \end{array} \Rightarrow ۲\leq x\leq ۴ \;①\quad -x^۳+۴x^۲+۲۵x-۱۰۰\geq 0 \Rightarrow x^۳-۴x^۲-۲۵x+۱۰۰\leq 0$$

$$(x^۳-۲۵x)-(۴x^۲-۱۰۰)\leq 0 \Rightarrow x(x^۲-۲۵)-۴(x^۲-۲۵)\leq 0 \Rightarrow (x^۲-۲۵)(x-۴)\leq 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{c|c|c} -۵ & ۴ & ۵ \\ -\;\;+ & - & +\end{array} \Rightarrow ۴\leq x\leq ۵ \cup x\leq -۵ \;② \Rightarrow ①\cap② \Rightarrow x=۴ \checkmark$$

$$\text{if } x=۴ \Rightarrow \sqrt{\overset{۲}{\cancel{۴+\sqrt{0}}}}+\sqrt{\overset{۴}{\cancel{۱۶+0}}}=۴+۲ \Rightarrow \text{ق ق}$$

---

⑧

$$\begin{array}{c|c|c} & -۲ & & ۱ & \\ \hline -۲x-۱ & & \underbrace{۳}_{\text{غ ق ق}} & & ۲x+۱ \end{array} \qquad y=\frac{-x}{۳}+\frac{۱۷}{۳}$$

$$-۲x-۱=\frac{-x}{۳}+\frac{۱۷}{۳} \Rightarrow -۶x-۳=-x+۱۷ \Rightarrow -۲۰=۵x \Rightarrow x=-۴ \Rightarrow y=۷$$

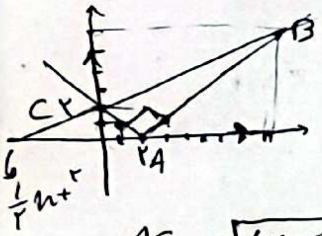
$$۲x+۱=-\frac{x}{۳}+\frac{۱۷}{۳} \Rightarrow ۶x+۳=-x+۱۷ \Rightarrow ۷x=۱۴ \Rightarrow x=۲ \Rightarrow y=۵$$

$$AB=\sqrt{(\underbrace{۲+۴}_{۶})^۲+(\underbrace{۵-۷}_{-۲})^۲}=\sqrt{۳۶+۴}=\sqrt{۴۰} \Rightarrow ۲\sqrt{۱۰}$$

---

⑨

$$y=\frac{۱}{۲}x+۲\;,\; y=\sqrt{x^۲-۴x+۴} \Rightarrow y=\sqrt{(x-۲)^۲} \Rightarrow y=|x-۲| \qquad \begin{array}{c|c} & ۲ \\ \hline ۲-x & x-۲\end{array}$$



$$\frac{۱}{۲}x+۲=۲-x \Rightarrow \frac{۱}{۲}x+x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=۲$$

$$\frac{۱}{۲}x+۲=x-۲ \Rightarrow ۴=\frac{۱}{۲}x \Rightarrow x=۸ \Rightarrow y=۶$$

$$AC=\sqrt{(\underbrace{\cancel{۲-0}}_{۴})^۲+(\underbrace{\cancel{0-۲}}_{۴})^۲}=\sqrt{۸} \Rightarrow ۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow S=\frac{۲\sqrt{۲}\times ۶\sqrt{۲}}{\cancel{۲}}=۶\times ۲=۱۲$$

$$AB=\sqrt{(\underbrace{\cancel{۲-۸}}_{-۶})^۲+(\underbrace{\cancel{0-۶}}_{-۶})^۲}=\sqrt{۷۲} \Rightarrow ۶\sqrt{۲}$$

---

⑩

$$\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۹}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow ۲۰x+۱۸۰+۲۰x=x^۲+۹x \Rightarrow x^۲-۳۱x-۱۸۰ \Rightarrow$$

$$(x-۳۶)(x+۵) \Rightarrow \begin{cases} x=-۵ & \text{غ ق ق} \\ x=۳۶ & \checkmark \end{cases}$$