۱۹,۷۵

پریا امینی

-۱

۳

$\frac{L_1}{W} = \frac{5}{4} \longrightarrow L_1 = \frac{5}{4}W$ نسبت طول به عرض

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} = Z = \frac{L_2}{W}$ نسبت طول به عرض جدید $\longrightarrow L_2 = WZ$

نسبت مساحت ها $\frac{A_2}{A_1} = \frac{L_2 \times W}{L_1 \times W} = \frac{L_2}{L_1} \longrightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{WZ}{(\frac{5}{4})W} = \frac{4}{5}Z$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4}{5} \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{4+4\sqrt{5}}{10} = \frac{2+2\sqrt{5}}{5} \simeq 1{,}29$$

پریا امینی

-۲

۳

$L \to$ طول

$w \to$ عرض

قطر $\to \sqrt{L^2+w^2}=D$

$$\frac{D}{L}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=z \to \frac{\sqrt{L^2+w^2}}{L}=z \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$\frac{L^2+w^2}{L^2}=z^2 \to 1+\left(\frac{w}{L}\right)^2=z^2 \to \left(\frac{L}{w}\right)^2=\frac{1}{\left(\frac{w}{L}\right)^2}=\frac{1}{z^2-1}$$

$$\left.\begin{cases} z^2=z+1 \\ z^2-1=z \end{cases}\right\} \left(\frac{L}{w}\right)^2=\frac{1}{z} \to \frac{1}{z}=\frac{2}{1+\sqrt{5}}\simeq 0{,}618$$

رابطه عدد طلایی $\to \frac{x+y}{x}=\frac{x}{y}=z \to \frac{x+y}{x}=z \to 1+\frac{y}{x}=z=\frac{x}{y} \to \frac{y}{x}=\frac{1}{z} \to 1+\frac{1}{z}=z \to z+1=z^2$

$\to \frac{x}{y}=z$

اثبات

Scanned with CamScanner

پریا امینی
۳-

۱,۷۵

$$۳a+\sqrt{۲a^{۲}+۴a}=۲ \longrightarrow \sqrt{۲a^{۲}+۴a}=\underbrace{۲-۳a}_{\text{حتما مثبت یا صفر}} \longrightarrow ۲-۳a\geq ۰ \longrightarrow a\leq \frac{۲}{۳}$$

$$\sqrt{۲a^{۲}+۴a}=۲-۳a \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲a^{۲}+۴a=۴+۹a^{۲}-۱۲a \longrightarrow ۷a^{۲}-۱۶a+۴=۰$$

$$a=\frac{۱۶\pm\sqrt{(-۱۶)^{۲}-۴(۷)(۴)}}{۲\times۷}=\frac{۱۶\pm\sqrt{۲۵۶-۱۱۲}}{۱۴}=\frac{۱۶\pm\sqrt{۱۴۴}}{۱۴}\longrightarrow a=\frac{۱۶\pm۱۲}{۱۴}\begin{cases} a_{۱}=\frac{۱۶-۱۲}{۱۴}=\frac{۲}{۷} \\ a_{۲}=\frac{۱۶+۱۲}{۱۴}=۲ \text{ غق} \end{cases}$$

$$a\leq\frac{۲}{۳}\longrightarrow a=\frac{۲}{۷}$$

$$\frac{a+۱}{a}=\frac{\frac{۲}{۷}+\frac{۷}{۷}}{\cancel{\frac{۷}{۷}}\ \frac{۲}{۷}}=\frac{\frac{۹}{۷}}{\frac{\cancel{۷}\ ۲}{۷}}=\frac{۹\times۷}{۷\times۷}=\frac{۹}{\cancel{۷}\ ۲}\simeq\cancel{۱,۲۹}\ ۴,۵$$

۴-

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3}-\frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}}=\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$$

دامنه رادیکال ها $\to x+1\geq 0 \to x\geq -1$, $x-1\geq 0 \to x\geq 1$ $\Big\}\; x\geq 1$

مخرج ها $\to \sqrt{x-1}+3\neq 0 \to \sqrt{x-1}\neq -3$ همواره برقرار ۵

$3-\sqrt{x-1}\neq 0 \to \sqrt{x-1}\neq 3 \to x-1\neq 9 \to x\neq 10$

$\sqrt{x-1}\neq 0 \to x-1\neq 0 \to x\neq 1$

پس $\to x>1$ و $x\neq 10$

$t=\sqrt{x+1}$, $z=\sqrt{x-1}$ $\Big\}$ $t^2=x+1 \to x=t^2-1$, $z^2=x-1 \to z^2+1=x$ $\Big\}$ طبق شرط های بالا $\Big\}\; t\geq 0,\ z>0$

$t^2-1=z^2+1 \to t^2-z^2=2$ ①

$$\underbrace{\frac{t}{z+3}-\frac{t}{3-z}}=\frac{z^2}{z}$$

با اگر $z\neq 0 \to \frac{z^2}{z}=z$

$$\frac{t(3-z)-t(3+z)}{9-z^2}=\frac{t(\cancel{3}-z-\cancel{3}-z)}{9-z^2}=t\left(\frac{-2z}{9-z^2}\right)$$

$z\neq 0 \to \frac{-2t\cancel{z}}{9-z^2}=\cancel{z} \to \frac{-2t}{9-z^2}=1 \to -2t=9-z^2$ ②

① $t^2-z^2=2 \to z^2=t^2-2$

② $-2t=9-z^2 \to z^2=2t+9$ $\Big\}\; t^2-2=2t+9 \to t^2-2t-11=0$

پریا امینی

$$t=\frac{2\pm\sqrt{4+44}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{48}}{2}=\frac{2\pm4\sqrt{3}}{2}=1\pm2\sqrt{3}$$

$t=\sqrt{x+1} \to t\geq 0 \to 1+2\sqrt{3}=t$ و منفی غیرقابل قبول

$x=t^2-1 \to$ $x=(1+2\sqrt{3})^2-1=1+12+4\sqrt{3}-1=$

$12+4\sqrt{3} \to$ یک ریشه مثبت دارد!

ه-

دامنه‌ها

رادیکال $\to 2-x\geq 0 \to \boxed{2\geq x}$

مخرج $\to \sqrt{2-x}+2\neq 0 \to \sqrt{2-x}\neq -2$ همواره برقرار

$2-\sqrt{2-x}\neq 0 \to \sqrt{2-x}\neq 2 \to 2-x\neq 4 \to \boxed{x\neq -2}$ ۲

$\sqrt{2-x}=t \to \frac{1}{t+2}-\frac{1}{2-t}=\frac{t^2}{5t} \to \frac{\cancel{2}-t-t-\cancel{2}}{4-t^2}=\frac{t^2}{5t}$

$\frac{-2t}{4-t^2}=\frac{t^2}{5t} \to 4t^2-t^4=-10t^2 \xrightarrow{z=t^2} 4z-z^2=-10z \to$

$z^2-14z=0 \to \begin{cases} z=0 \to \text{مخرج صفر می‌کند} & \text{غ ق ق} \\ z=14 \checkmark \end{cases}$

$t^2=14 \to t=\sqrt{14}$

$\sqrt{2-x}=\sqrt{14} \to 2-x=14 \to x=-12$ ✗ ریشه‌ی معادله ۱۲- است که منفی است و ما دنبال ریشه‌ی مثبت می‌گردیم که تعدادش صفر است.

۴-

دامنه $\rightarrow x \neq 0$

$(1-x)^2 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9} \rightarrow \frac{(1-x)^2 + x^2}{x^2(1-x)^2} = \frac{160}{9} \rightarrow$$

صورت $1-2x+x^2+x^2 = 2x^2-2x+1$

مخرج $x^2(1-x)^2 = (x(1-x))^2 = (x-x^2)^2$

۳

$$\frac{2x^2-2x+1}{(x-x^2)^2} = \frac{160}{9}$$

$y = x - x^2$

$2x^2-2x = 2(x^2-x) = -2(x-x^2) = -2y$

$$\frac{1-2y}{y^2} = \frac{160}{9} \rightarrow 9-18y = 160y^2 \rightarrow 160y^2+18y-9=0$$

دارای دو ریشه y_1 و y_2

مجموع ریشه‌های y $\rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-18}{160} = \frac{-9}{80}$

$y = x - x^2 \Rightarrow x^2 - x + y = 0$

$y_1 \begin{cases} \rightarrow x_1 \\ \rightarrow x_2 \end{cases} \rightarrow x^2 - x + y_1 = 0$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{(-1)}{1} = 1$

$y_2 \begin{cases} \rightarrow x_3 \\ \rightarrow x_4 \end{cases} \Rightarrow x^2 - x + y_2 = 0$

$x_3 + x_4 = \frac{-(-1)}{1} = 1$

مجموع $= 1+1 = \boxed{2}$

۷ـ

$$\sqrt{x+\sqrt{-x^3+4x^2+25x-100}}+\sqrt{x^2+\sqrt{-x^2+6x-8}}=x+2$$

$$-x^3+4x^2+25x-100\geqslant 0 \longrightarrow -x^2(x-4)+25(x-4)\geqslant 0$$

$$(x-4)(25-x^2)\geqslant 0 \longrightarrow (x-4)(5-x)(5+x)\geqslant 0$$

	-5		4		5	
$+$	○	$-$	○	$+$	○	$-$
ج			ج			

$$-x^2+6x-8\geqslant 0 \longrightarrow x^2-6x+8\leqslant 0 \longrightarrow (x-2)(x-4)\leqslant 0$$

9

	2		4	
$+$	○	$-$	○	$+$
		ج		

اشتراک $\longrightarrow [2,4]\cap\big((-\infty,-5]\cup[4,5]\big) \longrightarrow$ ۴ تنها نقطه ی مشترک است.

جایگذاری ۴ $\longrightarrow$ $\sqrt{4+\sqrt{-(4)^3+4(4)^2+25(4)-100}}+\sqrt{(4)^2+\sqrt{-(4)^2+6(4)-8}}=4+2$

$$\sqrt{4+\sqrt{0}}=2 \qquad \sqrt{16+\sqrt{0}}=\sqrt{16}=4$$

$$\underbrace{4+2}_{6} \longrightarrow 6=6 \text{ معتبر است}$$

$\boxed{\text{تعداد جواب ها} = 1}$

۸-

$y_1 = |x+2| + |x-1|$

$y_2 = \dfrac{17-x}{3}$

$y_1 \longrightarrow$

x	$x<-2$	$1>x>-2$	$x>1$
y	$-x-2-x+1 = -2x-1$	$x+2-x+1 = 3$	$x+2+x-1 = 2x+1$

نقاط تقاطع $\longrightarrow$

$x<-2 \longrightarrow -2x-1 = \dfrac{17-x}{3} \longrightarrow -6x-3 = 17-x \longrightarrow -5x = 20 \longrightarrow x = -4$ در بازه وجود دارد

$y = -2(-4)-1 = 8-1 = 7$ $\boxed{A(-4,7)}$

$-2 \leq x \leq 1 \longrightarrow 3 = \dfrac{17-x}{3} \longrightarrow 9 = 17-x \longrightarrow x = 8$ دربازه قرار ندارد پس نقطه تقاطعی در این بازه نیست.

$x>1 \longrightarrow 2x+1 = \dfrac{17-x}{3} \longrightarrow 6x+3 = 17-x \longrightarrow 7x = 14 \longrightarrow$ در بازه وجود دارد

$x = 2,\ y = 2(2)+1 = 5$ $\boxed{B(2,5)}$

$AB = \sqrt{(2-(-4))^2 + (5-7)^2} = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{36+4} =$

$\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

پریا حسینی

-۹

$$y_1 = \sqrt{x^2-4x+4} \longrightarrow \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

$$y_1 = \begin{cases} -x+2 & : x<2 \\ x-2 & : x \geq 2 \end{cases}$$

$$y_2 = \frac{x}{2}+2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x+2$$

نقاط برخورد $\longrightarrow x<2 \longrightarrow 2-x = \frac{1}{2}x+2 \longrightarrow 4-2x = x+4 \longrightarrow$

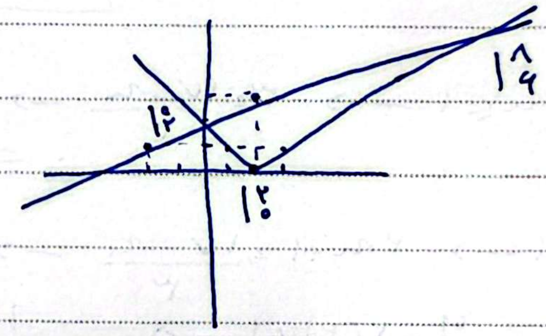
$3x = 0 \longrightarrow x = 0 \quad , y = 2-(0) = 2$

در بازه وجود دارد

در بازه وجود دارد

$x \geq 2 \longrightarrow x-2 = \frac{1}{2}x+2 \longrightarrow 2x-4 = x+4 \longrightarrow x = 8$

$, y = 8-2 = 6$



$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 8 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

دترمینان $\longrightarrow \dfrac{|0+16+12-0-0-4|}{2} = \dfrac{24}{2} = 12$

پریا احمدی
۱۰ -

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+9}=\frac{1}{20} \rightarrow$ بهروز در یک ساعت $\frac{1}{x}$ مجله را تمام می کند.

فرهاد $\frac{1}{x+9}$ " " " .

$$\frac{x+9+x}{x^2+9x}=\frac{1}{20} \rightarrow \frac{2x+9}{x^2+9x}=\frac{1}{20}$$

$40x+180=x^2+9x \rightarrow$

$x^2-31x-180=0$

$(x-36)(x+5)=0$

$x=36$

$x=-5 \rightarrow$ زمان نمی تواند منفی باشد.

$x=36$

بهروز در یک ساعت $\rightarrow \frac{1}{36}$ مجله تایپ می کند $\rightarrow$ در $\boxed{36}$ ساعت کل آن را تایپ می کند.