ملیکا بخاری

مقطع: یازدهم دختر A

---

(۱)

$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰ \qquad \beta \Rightarrow \frac{۲}{۳} \rightarrow ۳ \times \frac{۴}{۹} - \frac{۲}{۳}a + ۴ = ۰ \xrightarrow{\times ۳} ۴ - ۲a + ۱۲ = ۰ \quad \boxed{a = ۸}$

$\beta , ۳\beta \xrightarrow{\times} ۳\beta^۲ = \frac{۴}{۳} \rightarrow \beta = \pm\frac{۲}{۳} \qquad \beta \Rightarrow -\frac{۲}{۳} \rightarrow ۳ \times \frac{۴}{۹} + \frac{۲}{۳}a + ۴ \xrightarrow{\times ۳} \quad \boxed{a = -۸}$

اختلاف مقادیر: ۱۶

---

(۲)

$۳۶x^۲ - (m+۱۴)x + ۱ = ۰ \qquad \alpha\beta = \frac{۱}{۳۶} \qquad \alpha + \beta = \frac{m+۱۴}{۳۶}$

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \rightarrow \frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\underbrace{\sqrt{\alpha\beta}}_{\frac{۱}{۶}}} = ۵ \qquad \sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha} = \frac{۵}{۶}$

$\rightarrow (\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha})^۲ = \alpha + \beta + ۲\sqrt{\alpha\beta}$

$\frac{۲۵}{۳۶} = \boxed{\frac{m+۱۴}{۳۶}} + \frac{۱۲}{۳۶}$

$\frac{۱۳}{۳۶} \rightarrow \boxed{m = -۱}$

$mx^۲ + ۳x + ۲ \xrightarrow{m = -۱}$ حاصلضرب $= -۲$

---

(۳)

$۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰ \qquad \alpha + \beta = ۱ \qquad \alpha\beta = -۲$

$x^۲ - x - ۲ = ۰ \rightarrow x = ۲ \ , \ x = -۱$

$x = -۱ \rightarrow (۴ \times -۱) + k + ۹ - ۲ = ۰$

$\underbrace{-۴ + ۹ - ۲}_{۵} + k = ۰ \rightarrow \boxed{k = -۳}$

---

(۴)

$x^۲ + ۶x + a = ۰ \qquad \alpha < \beta < ۰ \qquad ۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$a = ؟$

از ۳ و ۲ میانگین گرفتیم

$۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۲/۵(\alpha^۲ + \beta^۲) + ۰/۵(\alpha^۲ - \beta^۲) \Rightarrow$

$۲/۵(۳۶ - ۲a) + ۰/۵\left[(-۶)(-۲\sqrt{۹-a})\right] = ۶\sqrt{۹-a} + ۹۰ - ۵a = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$-۵a + ۶\sqrt{۹-a} = -۵ + ۱۲\sqrt{۲} \rightarrow \boxed{a = ۱}$

---

(۵)

$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \qquad x^۲ = Z \qquad S = ۰$

$Z^۲ - ۷Z - ۵ = ۰ \rightarrow \Delta = ۶۹ \rightarrow Z = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲} \rightarrow x^۲ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$

$x_۱ = -\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \qquad x_۲ = \sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$

$P = x_۲x_۱ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} \rightarrow P^۲ = \frac{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}{۲} \rightarrow \boxed{۲P^۲ = ۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$

$۲P^۲ - ۳ \times ۰ \times P + ۰ = ۲P^۲ \leftarrow S = ۰$ چون

(6)

$2x^2 - ax + b = 0$ $\quad (\alpha + \frac{1}{2}), (\beta + \frac{1}{2})$ $\xrightarrow{\text{ضرب}} \alpha\beta + \frac{1}{2}(\alpha+\beta) + \frac{1}{4} = \frac{b}{2} \Rightarrow -3 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{b}{2}$ $\quad \boxed{b=-6}$

$\to \alpha + \beta + 1 = \frac{a}{2} \to \boxed{a=1}$

$2ax^2 + ax - 6 = 0 \quad \alpha, \beta \to \alpha\beta = \cancel{\frac{-3}{a}}$ -3 $, \alpha + \beta = \frac{-1}{2}$

$\left[\frac{ab}{4}\right] = -2$

---

(7)

$a(x^2 - x) - b = 0$

$ax^2 - ax - b = 0$

$\alpha\beta = \frac{-b}{a} \quad \overset{S}{\alpha + \beta} = 1$

$(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$

$1 = \alpha^2 + \beta^2 - \frac{2b}{a}$

$40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17 \xrightarrow{\alpha = 1-\beta} 60\beta^2 - 60\beta + 3 = 0$

$40\beta^2 + 20 + 20\beta^2 - 40\beta - 20\beta = 17$

$a(x^2 - x) - b = 0 \xrightarrow{\beta} a(\beta^2 - \beta) - b = 0 \dashrightarrow$

$a\left(-\frac{3}{60}\right) = b \to -\frac{b}{a} = \frac{1}{20} = \alpha\beta$

$|\beta - \alpha| = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

---

(8)

$x^2 - (a+1)x + a = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب ۰}} 1, \alpha^3 \xrightarrow{\text{جمع}} 4$ $\quad P = 3$

$x^2 - 4x + 3$

$x^2 - (3a+1)x + b = 0$

$x^2 - 10x + b = 0 \to \text{جمع} = 10 \begin{cases} 4 \\ 6 \end{cases} \to b = 24$ $\quad P = 24$

$\Rightarrow 21$ اختلاف

---

(9)

$x^2 + x - 1 - m^2 = 0 \quad \alpha^2 + \beta^2 = ?$

$\alpha\beta = -1 - m^2$

$\alpha + \beta = -1 \to (\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$

$1 = \alpha^2 + \beta^2 - 2 - 2m^2 \to \alpha^2 + \beta^2 = 3 + 2m^2 \to m = 0, 1, 2$

$\Rightarrow \min = 3$

---

(10)

$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} = -1 \quad y = 1 \quad y = a(x+1)^2 + 1 \to ax^2 + 2ax + (a+1) = 0$

$\alpha + \beta = -2 \quad \alpha\beta = \frac{a+1}{a}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = 5 = 4 - 2\left(\frac{a+1}{a}\right) \to a = \frac{-2}{3}$

$y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + 1 \xrightarrow{\text{برخورد با } y} y = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$