$۲x = -۱$

(۱۰

۱۴۹

نسا صادقی

۱۵,۷۵

①

$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰$

$\alpha + ۲\alpha = ۳\alpha = \frac{a}{۳}$

$۴ \times \frac{۲}{۳} = \frac{a}{۳} \to a = ۸$

$۸ - (-۸) = ۱۶$ ✓

$۴ \times -\frac{۲}{۳} = \frac{a}{۳} \to a = -۸$

---

②

$۳۶x^۲ - (m + ۱۴)x + ۱ = ۰$

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵$

$mx^۲ + ۳x + ۲ = ۰$

$\boxed{\frac{۲}{m} = \frac{۲}{-۱} = -۲}$

$\frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۵ \to \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \frac{۵}{۶} \to \alpha + \beta + ۲\sqrt{\alpha\beta} = \frac{۲۵}{۳۶}$

$\frac{m + ۱۴}{۳۶} + \frac{۲}{۶} = \frac{۲۵}{۳۶}$ ✓

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۳۶}$ $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{m + ۱۴}{۳۶} \to m + ۱۴ + ۱۲ = ۲۵$

$m = -۱$

---

③

$۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰$

$\alpha + \beta = ۱$

$\alpha\beta = -۲ \to \beta = \frac{-۲}{\alpha}$

$\alpha + \frac{-۲}{\alpha} = ۱ \to \frac{\alpha^۲ - ۲}{\alpha} = ۱ \to \alpha^۲ - \alpha - ۲ = ۰$

$(\alpha - ۲)(\alpha + ۱) = ۰ \to \alpha = ۲, \beta = -۱$ ✓

$x = ۲ \to ۳۲ + ۴k - ۱۸ - ۲ = ۰ \to ۴k = -۱۲ \to k = -۳$

---

④

$x^۲ + ۶x + a = ۰$ $a < \beta < ۰$ $۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\frac{۵}{۲}(\alpha^۲ + \beta^۲) + \frac{۱}{۲}(\alpha^۲ - \beta^۲) \to \alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta \to ۳۶ - ۲\alpha\beta$ ✓

$\alpha^۲ - \beta^۲ = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = -۶(\sqrt{\Delta})$ $۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ = \frac{۵}{۲}(۳۶ - ۲\alpha\beta) + \frac{۱}{۲}(-۶\sqrt{\Delta})$

$۲۴\sqrt{۲} + ۱۷۰ = ۵(۳۶ - ۲\alpha\beta) - ۶\sqrt{\Delta} \to ۲۴\sqrt{۲} = -۶\sqrt{\Delta} \to \sqrt{\Delta} = -۴\sqrt{۲}$ $\boxed{a = ۱}$

$\frac{۱۷۰}{۵} = ۳۶ - ۲\alpha\beta \to ۳۴ - ۳۶ = ۲\alpha\beta \to ۲\alpha\beta = ۲ \to \alpha\beta = ۱$ $\frac{c}{a} = \frac{a}{۱} = ۱$

---

⑤

$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \to t^۲ - ۷t - ۵ = ۰$

$t = \frac{۷ \pm \sqrt{۴۹ + ۲۰}}{۲}$ $t > ۰$

$t = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$

$x^۲ = t$

$x^۲ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} = x = \pm\sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} \to S = \sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} - \sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} = ۰$ ✓

$P = \frac{-۷ - ۶۹}{۲}$

$۲P^۲ - \cancel{۳S}P + \cancel{۲S} = ۲P^۲ = ۲ \times \left(\frac{-۷ - \sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲ \to \frac{۴۹ + ۶۹ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۲} = \frac{۱۸ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۲}$

$۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$

$\rightarrow c = a - ۴$ $\quad ۴a = ۱ \rightarrow \sqrt{b^۲ - ۴a}$

⑥

$۳x^۲ - ax + b = ۰ \qquad \alpha \text{ و } \beta \rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{a}{۲} \text{ و } P = \frac{c}{a} = \frac{b}{۲}$

$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \qquad \alpha + \frac{۱}{۲} \,,\ \beta + \frac{۱}{۲} \rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-a}{۲a} = -\frac{۱}{۲}$

۰٫۵

$P' = \frac{-۶}{۲a} = -\frac{۳}{a}$

$S' = \alpha + \frac{۱}{۲} + \beta + \frac{۱}{۲} \rightarrow \alpha + \beta + ۱ = S + ۱ \rightarrow -\frac{۱}{۲} = \frac{a}{۲} + ۱$

$a = -۳ \leftarrow \frac{a}{۲} = \frac{-۳}{۲}$

$P' = (\alpha + \frac{۱}{۲})(\beta + \frac{۱}{۲}) = \alpha\beta + \frac{۱}{۲}(\alpha + \beta) + \frac{۱}{۴} = \frac{b}{\cancel{۲}} + \frac{۱}{۲} \times -\frac{۳}{۲} + \frac{۱}{۴} = \frac{-۳}{-۳} = ۱$

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{-۹}{۴}\right] = -۳$

---

⑦

۰٫۲۵

$a\alpha^۲ - a\alpha - b = ۰ \rightarrow a\alpha^۲ = a\alpha + b \rightarrow \alpha^۲ = \frac{a\alpha + b}{a}$

$a\beta^۲ - \alpha\beta - b = ۰ \rightarrow a\beta^۲ = \alpha\beta + b = \beta^۲ = \frac{a\beta^۲ + b}{a}$

$\left(۴۰ \times \frac{a\beta + b}{a} + ۲۰ \times \frac{a\alpha + b}{a} - ۲۰\beta = ۱۷\right) \xrightarrow{\times a} ۴۰a\beta + ۴۰b + ۲۰a\alpha + ۲۰b - ۲۰\beta a = \boxed{۱۷a} \rightarrow$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^۲ + ۴ \times a \times -\frac{۳}{۴۰} a}}{|a|} = \frac{\sqrt{\frac{۷}{۱۰} a^۲}}{|a|} = \sqrt{\frac{۷}{۱۰}}$

---

⑧

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۲ \rightarrow \alpha, \alpha + ۲ \rightarrow S = a + ۱ = \alpha + \alpha + ۲ = ۲a + ۲$

$P = a = \alpha(\alpha + ۲) = \alpha^۲ + ۲a$

$\alpha^۲ + ۲\alpha + ۱ = ۲\alpha + ۲ \rightarrow \alpha^۲ = ۱ \rightarrow \alpha = \pm ۱$

$\alpha = ۱ \leftarrow$

$a = ۱ \times ۳ = ۳$

$x^۲ - (۳a + ۱)x + b = ۰ \rightarrow \beta, \beta + ۲$

$S = ۱۰ = \beta + \beta + ۲ \rightarrow ۲\beta = ۸ \rightarrow \beta = ۴$

$b = ۴ \times ۶ = ۲۴$

$۲۴ - ۳ = ۲۱$

---

⑨

$x^۲ + x - ۱ - m^۲ = ۰$

$S = \frac{-b}{a} = -۱$

$P = \frac{c}{a} = -۱ - m^۲$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = (-۱)^۲ - ۲(-۱ - m^۲) = ۱ + ۲ + ۲m^۲ = ۲m^۲ + ۳$

$۰ \text{ و } m^۲ \rightarrow ۳$

$A(۳, y)$ $\quad x_s = \frac{-۵+۳}{۲} = -۱ \quad y_s = ۱$ $\quad$ ۰٫۷۵ (۱۵

$B(-۵, y)$

$\frac{-b}{۲a} = -۱ \longrightarrow b = ۲a \qquad \frac{\sqrt{\Delta}}{۴a} = ۱ \longrightarrow \sqrt{b^۲ - ۴ac} = ۴a \to b^۲ - ۴ac = ۱۶a$

$a - c = ۴ \longrightarrow c = a - ۴ \qquad y = ax^۲ + ۲ax + a - ۴ \to S = \frac{-۲a}{a} = -۲, \quad P = \frac{a-۴}{a}$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = (-۲)^۲ - ۲ \times \left(\frac{a-۴}{a}\right) = ۴ - ۲\left(۱ - \frac{۴}{a}\right) = ۴ - ۲ + \frac{۸}{a} = ۵$

$\frac{۸}{a} = ۳ \longrightarrow a = \frac{۸}{۳} \longrightarrow c = a - ۴ = \frac{۸}{۳} - ۴ = \frac{-۴}{۳}$

$x_s = -۱ \qquad y = ax^۲ + ۲ax + a + ۱ \qquad \alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P \longrightarrow a = \frac{-۲}{۳}$ (۱۰

$a + ۱ = \frac{۱}{۳} \longleftarrow$ عرض از مبدأ

$۲x^۲ - ax + b = ۰ \begin{cases} S = \frac{a}{۲} \\ P = \frac{b}{۲} \end{cases} \qquad ۲ax^۲ + ax - ۶ \begin{cases} S = \frac{-۱}{۲} \to \alpha + \beta = \frac{۱}{۲} = \frac{a}{۲} \to a = ۱ \\ P = -۳ \to b = -۶ \end{cases}$ (۹

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = -۲$

$\alpha = ۱ - \beta \qquad ۴۰\beta^۲ + ۲۰(۱-\beta)^۲ - ۲۰\beta = ۷ \Rightarrow ۲۰\beta\underbrace{(\beta - ۱)}_{-\alpha} = -۱ \longrightarrow \alpha\beta = \frac{۱}{۲۰} = \frac{-b}{a}$ (۷

$\Rightarrow a = -۲۰b \qquad ax^۲ - ax - b = ۰ \longrightarrow -۲۰bx^۲ + ۲۰bx - b = ۰ \qquad |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$