کیانا دیباجی ۲۰ یازدهم ریاضی A تکلیف 19

①

$\begin{cases}\alpha=۳\beta\\ \alpha\beta=\frac{۴}{۳}\end{cases} \Rightarrow ۳\beta\times\beta=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\beta^۲=\frac{۴}{۹}\Rightarrow\beta=\pm\frac{۲}{۳}\Rightarrow\alpha=\pm۲$

$\alpha+\beta=\frac{a}{۳}\Rightarrow\begin{cases}۲+\frac{۲}{۳}=\frac{a}{۳}\Rightarrow\frac{۸}{۳}=\frac{a}{۳}\Rightarrow ۸=a\\ (-۲)+(-\frac{۲}{۳})=\frac{a}{۳}\Rightarrow a=-۸\end{cases}\Rightarrow ۸-(-۸)=\boxed{۱۶}$

✓

---

②

$\sqrt{\frac{1}{\alpha}}+\sqrt{\frac{1}{\beta}}=۵\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}=۵\xrightarrow{\text{توان ۲}}\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{۲}{\sqrt{\alpha\beta}}=۲۵\Rightarrow\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+\frac{۲}{\sqrt{\alpha\beta}}=۲۵$

$\Rightarrow\frac{\frac{m+14}{۳۶}}{\frac{1}{۳۶}}+\frac{۲}{\sqrt{\frac{1}{۳۶}}}=۲۵\Rightarrow m=-1$

$mx^۲+۳x+۲=0\xrightarrow{m=-1}-x^۲+۳x+۲=0\Rightarrow\frac{c}{a}=\frac{۲}{-1}=\boxed{-۲}$

✓

---

③

$S=\alpha+\beta$ ، $P=\alpha\beta\Rightarrow S=1$ ، $P=-۲$

$x^۲-x-۲=0\Rightarrow(x-۲)(x+1)=0\Rightarrow x=-1$ و ۲

$x=-1\Rightarrow -۴+k+۹-۲=0\Rightarrow\boxed{k=-۳}$

✓

---

④

$۳\alpha^۲+۲\beta^۲\Rightarrow\alpha^۲+۲\beta^۲+۲\alpha^۲\longrightarrow\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P$ می‌دانیم ⇐ α را بدست میاریم

$\Delta=۳۶-۴a$ $\quad\alpha=\frac{-۶-\sqrt{۳۶-۴a}}{۲}\Rightarrow\alpha^۲=\frac{۳۶+۳۶-۴a+۱۲\sqrt{۳۶-۴a}}{۴}$ ⇐ $S^۲-۲P$ مستقیماً گنگ ندارد

$\frac{۱۲\sqrt{۳۶-۴a}}{۴}=۱۲\sqrt{۲}\Rightarrow\boxed{a=1}$

✓

---

⑤

$x^۲=t$ $\quad x^۴-۷x^۲-۵=0$ ⟵ مجموع ریشه‌ها صفر است

$t^۲-۷t-۵=0\Rightarrow t=\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$ ، $t=\frac{۷-\sqrt{۶۹}}{۲}\longrightarrow$ غ ق ق $t=x^۲$

$\Rightarrow x^۲=\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}\\ x_۲=\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}\end{cases}\Rightarrow P=x_1x_۲=-\sqrt{\frac{(۷+\sqrt{۶۹})^۲}{۴}}$

$\Rightarrow ۲P^۲=۲\left(\frac{(۷+\sqrt{۶۹})^۲}{۴}\right)=\frac{(۷+\sqrt{۶۹})^۲}{۲}=\frac{۴۹+۶۹+۱۴\sqrt{۶۹}}{۲}=\boxed{۵۹+۷\sqrt{۶۹}}$

✓

---

⑥

$\alpha+\beta=\alpha'+\beta'+1\Rightarrow\frac{\alpha}{۲}=\frac{-\alpha}{۲\alpha}+1=\frac{1}{۲}\Rightarrow\alpha=1$

$\Rightarrow ۲x^۲+x-۶=0\Rightarrow\alpha',\beta'=-۲,\frac{۳}{۲}\Rightarrow\alpha,\beta=\frac{-۳}{۲},۲$

$\Rightarrow\frac{b}{۲}=\alpha\beta=-۳\Rightarrow b=-۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right]=\left[\frac{-۶}{۴}\right]=\boxed{-۲}$

✓

---

⑦

$۲۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲+۲۰\beta^۲-۲۰\beta=۱۷\Rightarrow ۲۰(\alpha^۲+\beta^۲)+۲۰(\beta^۲-\beta)=۱۷\Rightarrow ۲۰(S^۲-۲P)+۲۰(\beta^۲-\beta)=۱۷$

$S=\frac{-(-a)}{a}=1$ ، $P=\frac{-b}{a}$ $\quad a\beta^۲-a\beta-b=0\Rightarrow a(\beta^۲-\beta)=b\Rightarrow\beta^۲-\beta=\frac{b}{a}$

$۲۰(S^۲-۲P)+۲۰(\beta^۲-\beta)=۱۷\Rightarrow ۲۰\left(1+\frac{۲b}{a}\right)=۱۷\Rightarrow ۲۰+\frac{۴۰b}{a}+\frac{۲۰b}{a}=۱۷\Rightarrow\frac{۶۰b}{a}=-۳\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{-1}{۲۰}$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{(-a)^۲-۴a(-b)}}{|a|}=\frac{\sqrt{a^۲+۴ab}}{|a|}=\frac{|a|\sqrt{1+\frac{۴b}{a}}}{|a|}=\sqrt{1+۴(-\frac{1}{۲۰})}=\boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$

✓

۸

$x^۲-(a+۱)x+a=۰ \Rightarrow$ مجموع ضرایب صفر است $\Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=a \end{cases} \xrightarrow[\text{فرد متوالی اند}]{\text{ریشه ها دو عدد}} a=۳$

$x^۲-(۳a+۱)x+b=۰ \xRightarrow{a=۳} x^۲-۱۰x+b=۰ \Rightarrow x_۱+x_۲=۱۰ \xrightarrow[\text{زوج متوالی اند}]{x_۱ \text{ و } x_۲ \text{ دو عدد}} x_۱=۴ , x_۲=۶$

اختلاف حاصل ضرب ریشه های دو معادله $=۲۴-۳=\boxed{۲۱}$

۹

$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P \qquad S=\frac{-۱}{۱}=-۱ \;,\; P=\frac{-۱-m^۲}{۱}=-۱-m^۲$

$\alpha^۲+\beta^۲=(-۱)^۲-۲(-۱-m^۲)=۱+۲+۲m^۲=۲m^۲+۳ \Rightarrow$ کمترین مقدار $=\boxed{۳} \rightarrow$ عرض رأس سهمی

۱۰

$x_S=\frac{-۵+۳}{۲}=\frac{-۲}{۲}=-۱ \qquad S(-۱,۱) \Rightarrow y=a(x+۱)^۲+۱ \rightarrow y=ax^۲+۲ax+a+۱$

$\alpha^۲+\beta^۲=۵ \Rightarrow S^۲-۲P=۵ \Rightarrow \left(\frac{-۲a}{a}\right)^۲-۲\left(\frac{a+۱}{a}\right)=۵ \Rightarrow ۴-۲\left(\frac{a+۱}{a}\right)=۵ \Rightarrow -۲\left(\frac{a+۱}{a}\right)=۱ \Rightarrow \frac{a+۱}{a}=\frac{-۱}{۲}$

$\Rightarrow -a=۲a+۲ \Rightarrow a=\frac{-۲}{۳}$ $\qquad a+۱ \longrightarrow$ عرض نقطه ی برخورد سهمی با محور yها $\Rightarrow -\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۳}=\boxed{\frac{۱}{۳}}$